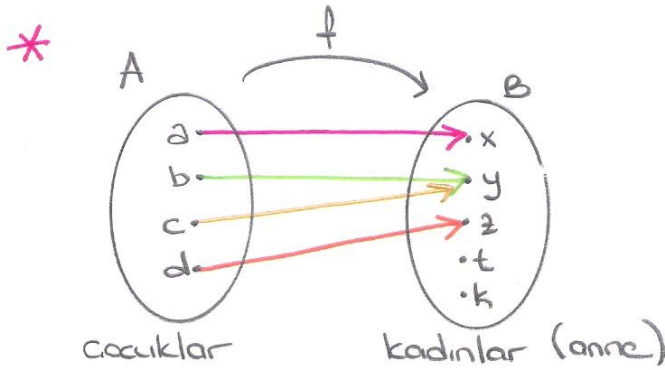
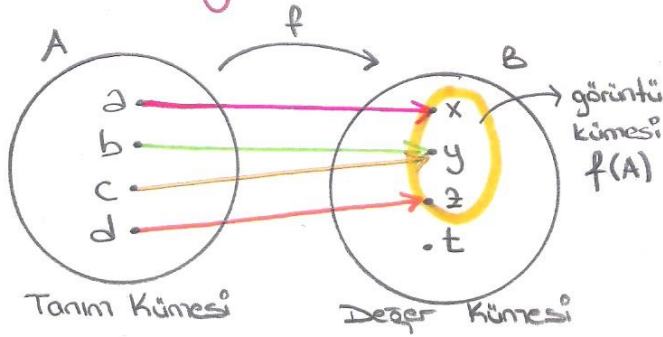


Fonksiyon



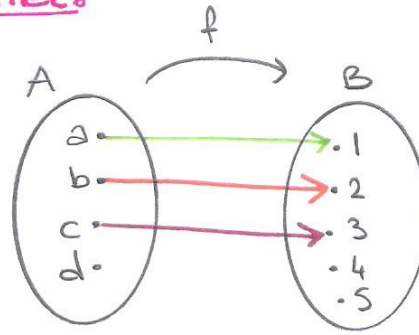
Her çocuğun bir annesi vardır. Ancak her kadının çocuğu olmayabilir. İfadelerin fonksiyon olması için,

* Tanım kümesinde başta eleman kalmaz ve her eleman yalnızca bir kez kullanılır.

* Değer kümesinde başta eleman bulunabilir ve herhangi bir elemanı defalarca kullanılabilir.

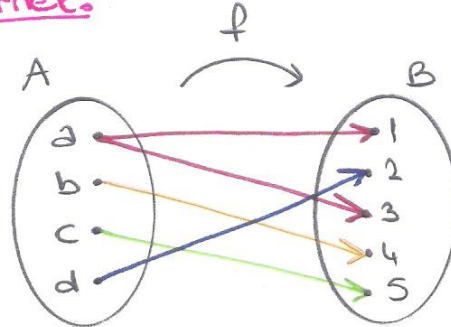
* Görüntü kümesi : Anneler
Değer kümesi : Kadınlar

Örnek:



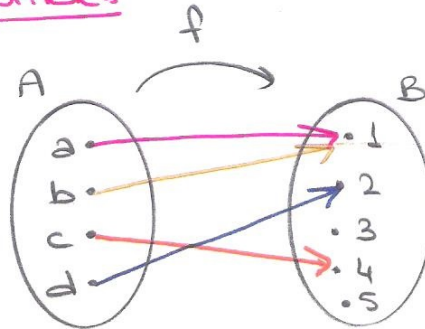
$f: A \rightarrow B$ fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesinde başta eleman kalmış. (Her çocuğu 1 annesi olmalı.)

Örnek:



$f: A \rightarrow B$ fonksiyon değildir. Çünkü tanım kümesindeki eleman 1 den fazla kullanılmış. (1 çocuğun 2 annesi olmaz.)

Örnek:



$f: A \rightarrow B$ fonksiyondur.

Örnek: $A = \{1, 2\}$ kümesinden

$B = \{a, b, c\}$ kümesine tanımlı aşağıda
ki bağıntılardan hangileri fonksiyondur?

$$P_1 = \{(1, a), (2, a)\}$$

$$P_2 = \{(1, a)\}$$

$$P_3 = \{(2, b)\}$$

$$P_4 = \{(a, 1), (c, 2)\}$$

$$P_5 = \{(1, a), (1, b), (2, c)\}$$

$$P_6 = \{(1, c), (2, a)\}$$

$$P_7 = \{(2, b), (2, c)\}$$

Örnek: $A = \{a, b, c\}$ kümesinden

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesine tanımlanan
aşağıdaki bağıntılardan hangileri
fonksiyondur?

$$P_1 = \{(a, 2), (b, 4)\}$$

$$P_2 = \{(a, 3), (b, 3), (c, 3)\}$$

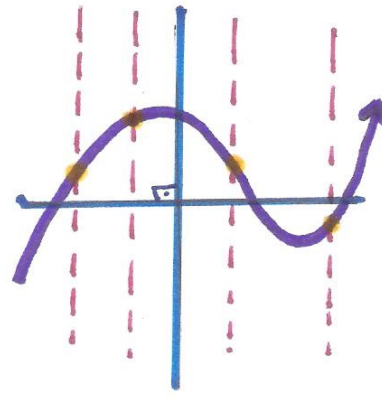
$$P_3 = \{(a, 1), (b, 4), (c, 6)\}$$

$$P_4 = \{(a, 1), (b, 3), (c, 4), (a, 2)\}$$

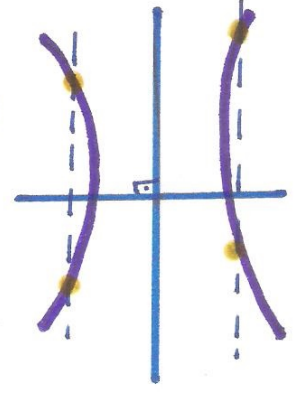
$$P_5 = \{(a, 1), (b, 2), (c, 3), (a, 4), (b, 5)\}$$

Fonksiyon Grafikleri

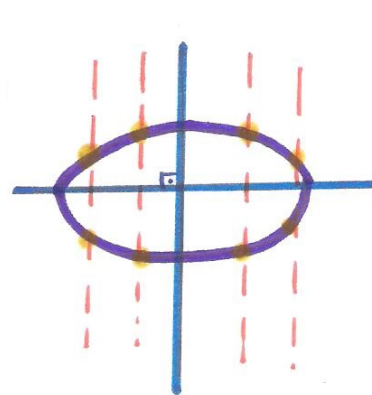
Grafik verilen bir bağıntının
fonksiyon olması için x-eksenine
dik çizilen doğrular grafik
1 tek noktada kismelidir.



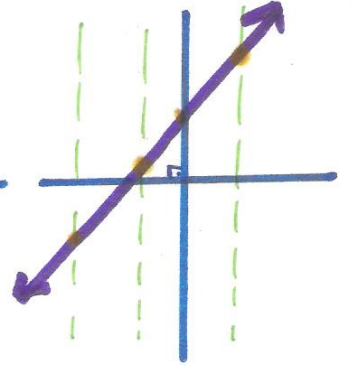
fonksiyon



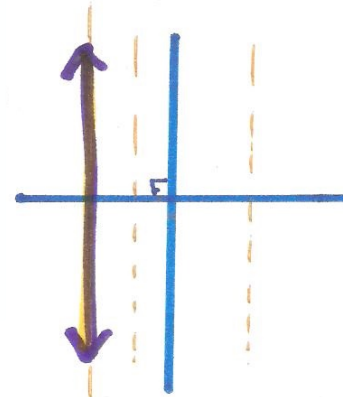
fonksiyon değil



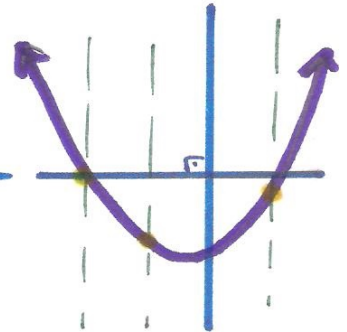
fonksiyon değil



fonksiyon



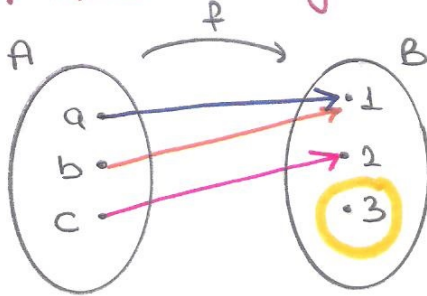
fonksiyon değil



fonksiyon

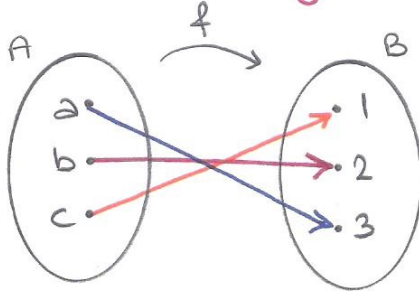
Fonksiyon Türleri

1) İçine Fonksiyon:



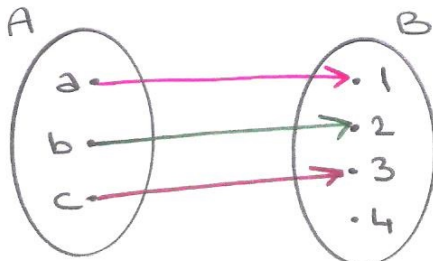
Değer kümesinde boşta eleman kalıyorsa içine fonksiyondur.
(Çocuğu olmayan kadın olmalı.)

2) Örten Fonksiyon:



Değer kümesinde boşta eleman kalmıyorsa örten fonksiyondur.
(Her kadının çocuğu olmalı.)

3) Birebir Fonksiyon: 1-1



Tanın kümesindeki her eleman farklı bir değere gidiyorsa 1-1 fonksiyondur.

Sonuç: Bir fonksiyon ya içine ya da örten olmak zorundadır.
(Kümede kardeş çocuk olmamalı.)

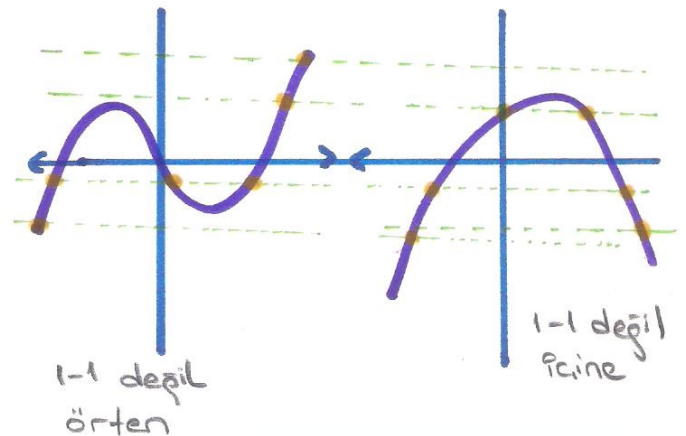
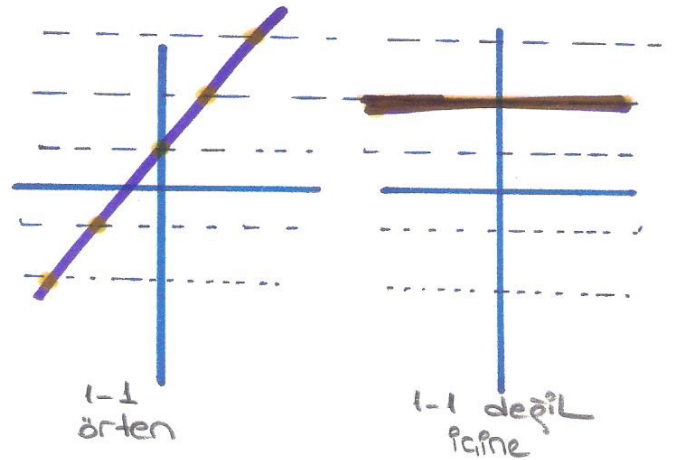
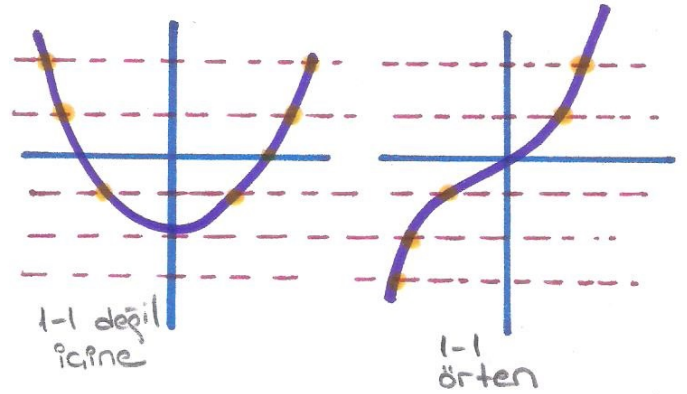
Fonksiyon Türlerinin Grafik Yöntemi

y eksenine dik çizilen doğrular için;

* en az bir tanesi grafiği kesmiyor ise içine fonksiyondur.

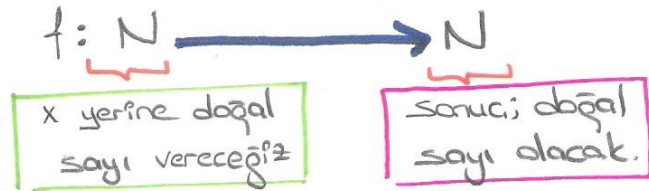
* tüm doğrular grafiği kesiyorsa örten fonksiyondur.

* tüm doğrular grafiği bir noktada kesiyorsa 1-1 fonksiyondur.



Örnek: $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ için $f(x) = x^2 - 5$ ifadesi fonksiyon mudur?

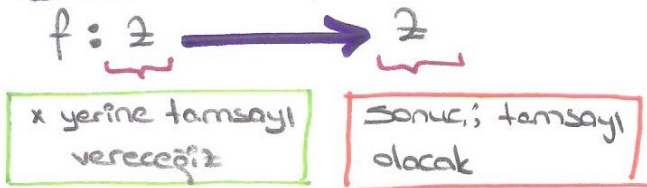
Cözüm:



Not: Bir tane bile sağlamayan değer bulursak ifade fonksiyon belirtmez. $f(x) = x^2 - 5$
 $x=0$ için $f(0) = -5$ doğal sayı olmadığından fonksiyon değildir.

Örnek: $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = 2x + 4$ ifadesi fonksiyon mudur?

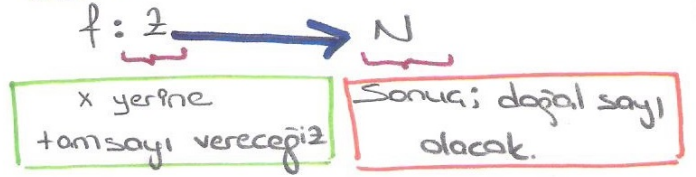
Cözüm:



$f(x) = 2x + 4$ ifadesinde x yerine hangi tamsayı versek verelim sonuç tamsayı olduğundan ifade fonksiyondur.

Örnek: $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ için $f(x) = x^2 + 2$ ifadesi fonksiyon mudur?

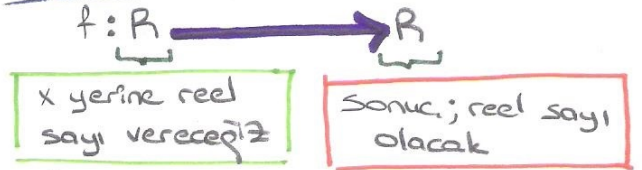
Cözüm:



Bir tamsayının karesi her zaman doğal sayıdır. Dolayısıyla, $f(x) = x^2 + 2$ ifadesi bütün x tam sayı değerleri için doğal sayıdır. Bu yüzden ifade fonksiyondur.

Örnek: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x+6}$ ifadesi fonksiyon mudur?

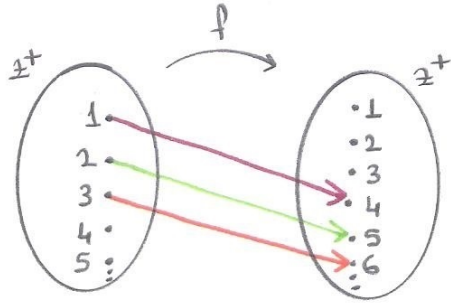
Cözüm:



$f(x) = \sqrt{x+6}$ ifadesinde $x = -10$ için $\sqrt{-4}$ reel sayı olmadığından ifade fonksiyon değildir.

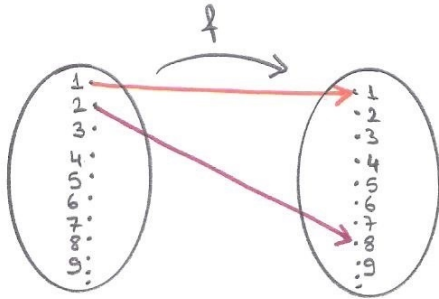
Örnek: $f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ tanımlı fonksiyonlardan hangisi örten dir?

* $f(x) = x+3$



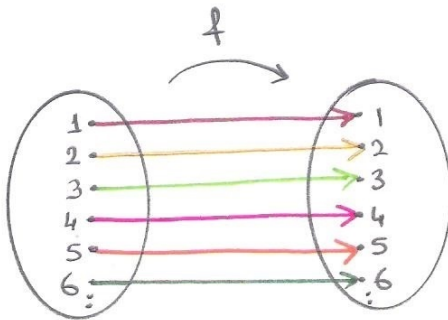
1-1 içine (örten değil)

* $f(x) = x^3$



1-1 içine (örten değil)

* $f(x) = x$



1-1 örten

Örnek: Gerçek sayılarda tanımlı aşağıdaki fonksiyonları inceleyin.

* $f(x) = 2x+1$

Not: 1. dereceden denklemler için reel sayılardan reel sayılara giden fonksiyon 1-1 ve örten olur.

* $f(x) = 2x+1$

1. dereceden olduğu için fonksiyon 1-1 ve örten dir.

Not: 2. dereceden denklemler için reel sayılardan reel sayılara giden fonksiyon 1-1 olmaz ve içine olur.

* $f(x) = x^2+5$

2. dereceden olduğu için fonksiyon 1-1 değil ancak içinedir.

Fonksiyonda istenilen Değerin Bulunması:

Örnek: $f(x)=3$ ise $f(5)$ kaçtır?

Çözüm: $f(x)$ verilmiş $f(5)$ sorulmuş.

Parantez içini eşitliyoruz. $x=5$
 $f(x)=3$ ifadesinde x gördüğümüz
her yere 5 yazıyoruz.

$$f(x)=3 \longrightarrow f(5)=3$$

$\downarrow$
5

Örnek: $f(x)=x$ ise $f(2)$ kaçtır?

Çözüm: $f(x)$ verilmiş $f(2)$ sorulmuş.

Parantez içini eşitliyoruz. $x=2$
 $f(x)=x$ ifadesinde x gördüğümüz
her yere 2 yazıyoruz.

$$f(x)=x \longrightarrow f(2)=2$$

$\downarrow$ $\downarrow$
2 2

Alıştırmalar

1) $f(x)=x+2$ ise $f(1)$ kaçtır?

C:3

2) $f(x)=2x-3$ ise $f(0)$ kaçtır?

C:-3

3) $f(x)=4-x$ ise $f(-1)$ kaçtır?

C:5

4) $f(x)=x^2$ ise $f(3)$ kaçtır?

C:9

5) $f(x)=x^2-x+3$ ise $f(0)$ kaçtır?

C:3

6) $f(x)=x^3+5$ ise $f(-2)$ kaçtır?

C:-3

Örnek: $f(x+1) = x+2$ ise $f(3)$ kaçtır?

Çözüm: $f(x+1)$ verilmiş $f(3)$ sorulmuş.

Parantez içlerini eşitliyoruz.

$$x+1=3, \quad x=2$$

$f(x+1) = x+2$ ifadesinde x gördüğümüzü her yere 2 yazıyoruz.

$$f(x+1) = x+2, \quad f(3) = 4$$

$\downarrow \quad \downarrow$
2 2

Örnek: $f(x-1) = 2x+1$ ise $f(0)$ kaçtır?

Çözüm: $f(x-1)$ verilmiş $f(0)$ sorulmuş.

Parantez içlerini eşitliyoruz.

$$x-1=0 \quad \text{ise} \quad x=1$$

$f(x-1) = 2x+1$ ifadesinde x gördüğümüzü her yere 1 yazıyoruz.

$$f(x-1) = 2x+1, \quad f(0) = 2+1=3$$

$\downarrow \quad \downarrow$
1 1

Alıştırma

1) $f(x+4) = x-3$ ise $f(7)$ kaçtır?

C:0

2) $f(x+1) = 2x-1$ ise $f(2)$ kaçtır?

C:1

3) $f(2-x) = x-2$ ise $f(1)$ kaçtır?

C:-1

4) $f(3-x) = 3x+4$ ise $f(0)$ kaçtır?

C:13

5) $f(2x+1) = x+7$ ise $f(1)$ kaçtır?

C:7

6) $f(2x-1) = 5x+1$ ise $f(3)$ kaçtır?

C:11

7) $f(2x+3) = x-1$ ise $f(1)$ kaçtır?

C:-2

8) $f(2-x) = 2-x$ ise $f(7)$ kaçtır?

C:7

9) $f(3-x) = x^2+1$ ise $f(-1)$ kaçtır?

C:17

10) $f(3-2x) = x^3-2x$ ise $f(-1)$ kaçtır?

C:4

11) $f(2-3x) = 7$ ise $f(99)$ kaçtır?

C:7

12) $f(x+2^x) = 16x$ ise $f(3)$ kaçtır?

C:16

13) $f(2^x) = x+4$ ise $f(2)$ kaçtır?

C:5

14) $f(2^{x+1}) = 2x-1$ ise $f(4)$ kaçtır?

C:1

15) $f(3^x) = 2-x$ ise $f(1)$ kaçtır?

C:2

16) $f(2^x-2) = 5x-4$ ise $f(6)$ kaçtır?

C:11

17) $f(x) = x+4$ ise $f(2x)$ nedir?

C:2x+4

18) $f(x) = 2x-2$ ise $f(x+1)$ nedir?

C:2x

19) $f(x) = x - 3$ ise $f(x) + 1$ nedir?

C: $x - 2$

20) $f(x) = 2x - 3$ ise $f(x+1) + f(x-1)$ nedir?

C: $4x - 6$

21) $f(x) = 3x - 1$ ise $f(2^x)$ nedir?

C: $3 \cdot 2^x - 1$

22) $f(x) = 2 - x$ ise $f(3 - x)$ nedir?

C: $x - 1$

23) $f(x) = 3x^2$ ise $f(2 - x)$ nedir?

C: $3 \cdot (2 - x)^2$

24) $f(x) = x + 4$ ise $f(1) + f(2)$ kaçtır?

C: 11

25) $f(x) = 2$ ise $f(10) + f(100)$ kaçtır?

C: 4

26) $f(x-1) = 4x$ ise $f(2) + f(5)$ kaçtır?

C: 36

27) $f(x+4) = x - 3$ ise $f(5) - f(2)$ kaçtır?

C: -7

28) $f(2x-1) = 2^x$ ise $f(3) + f(5)$ kaçtır?

C: 12

29) $f(x) = 3 \cdot f(x+2)$, $f(6) = 2$
ise $f(2)$ kaçtır?

C: 18

30) $f(x) = 2 + f(x-2)$, $f(7) = 4$
ise $f(3)$ kaçtır?

C: 0

31) $f(x) = 1 + 2x + 3f(x+1)$, $f(3) = 1$
ise $f(1)$ kaçtır?

C: 27

32) $f(x) = 2 + 3g(x+2)$, $g(4) = 5$
ise $f(2)$ kaçtır?

C: 17

33) $f(x-1) + 2 = 2x + 4g(x+1)$, $f(3) = 5$
ise $g(5)$ kaçtır?

C: $-\frac{1}{4}$

34) $\left. \begin{array}{l} f(x) = x+3 \\ g(x) = 2x-6 \end{array} \right\} \quad g(m) = f(m) \text{ ise } m \text{ kaçtır?}$

C: 9

35) $f(x-3) = 3x + m + 1$ ve $f(1) = 16$
ise m kaçtır?

C: 3

36) $f(x+1) = 4x + m - 1$ ve $f(0) = 6$
ise m kaçtır?

C: 11

37)

$$f(x) = \begin{cases} x+2, & x > 2 \\ 5, & x \leq 2 \end{cases} \text{ ise}$$

$f(2) + f(5)$ kaçtır?

C: 12

38)

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \geq 1 \\ 5x+2, & x < 1 \end{cases} \text{ ise}$$

$f(-2) + f(1) + f(5)$ kaçtır?

C: 2

39)

$$f(x) = \begin{cases} ax+3, & x > 3 \\ 2x-b, & x \leq 3 \end{cases} \text{ ise}$$

$f(4) = 11, f(3) = 4$ ise

$a+b$ kaçtır?

C: 4

40) $f(x) = 3x-1$ ise $f(x+1)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

C: $f(x+1)-3$

41) $f(x) = 2^{x+1}$ ise $f(x+1)$ in $f(x)$ cinsinden değeri nedir?

C: $2f(x)$

42) $f(x) + f(-x) = 3x+4$ ise $f(6) + f(-6)$ ifadesinin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

C: 22

43) $f(x) = 4x$ ise $\frac{f(4) \cdot f(3)}{f(2)}$ ifadesinin değeri kaçtır?

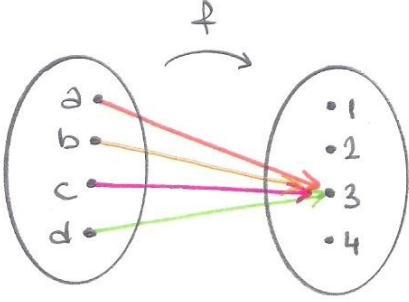
C: 24

44) $f(x) = \frac{2}{x}$ ise $\frac{f(9)}{f(18)}$ kaçtır?

C: 2

Fonksiyon Çeşitleri :

* **Sabit Fonksiyon :** x 'in tüm değerleri için sonuç aynıdır.



* Sabit fonksiyonda x olmaz.

• $f(x)=2$, $f(x)=-2$, $f(x)=24$

Örnek: $f(x)=(a+2)x$ sabit fonksiyon ise a kaçtır?

Çözüm: Sabit fonksiyonlarda x 'li terim olmaz. Bu yüzden x 'li terimlerin katsayıları 0 yapılır.

$a+2=0$ ise $a=-2$

Örnek: $f(x)=2$ ise $f(3)+f(-2)$ kaçtır?

Çözüm: $f(x)=2$
 $f(3)=2$ ve $f(-2)=2$
 $f(3)+f(-2)=2+2=4$

Örnek: $f(x)=(m+2)x^3+(n-3)x+4$ sabit fonksiyon ise $m.n$ nedir?

Çözüm: Sabit fonksiyonlarda x 'li terimlerin katsayıları 0'dır.

$m+2=0$ ve $n-3=0$
 $m=-2$ ve $n=3 \rightarrow m.n=-6$

Örnek: $f(x)=(a-5)x^3+(b+1)x+a-b$ sabit fonksiyon ise $f(3!)+f(27)$ kaçtır?

Çözüm: $\underbrace{a-5=0}_{a=5}$ ve $\underbrace{b+1=0}_{b=-1}$

$f(x)=0.x^3+0.x+a-b=a-b=5-(-1)=6$

$f(x)=6$

$f(3!)=6$, $f(27)=6$

$f(3!)+f(27)=6+6=12$

* $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{dx^2+ex+f}$ sabit fonksiyon ise

$$\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f} \text{ olur.}$$

Örnek: $f(x) = \frac{x+2}{2x-a}$ sabit fonksiyon

ise a kaçtır?

Gözüm: Kesirli olan sabit fonksiyonlarda aynı dereceli katsayıların oranları eşittir.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{-a} \rightarrow -a=4 \text{ ise } a=-4$$

Örnek: $f(x) = \frac{(a-2)x^2+4x+1}{3x^2+2x+b}$

sabit fonksiyon ise a.b kaçtır?

Gözüm: $\frac{a-2}{3} = \frac{4}{2} = \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{a-2}{3} = 2 = \frac{1}{b}$

$$\frac{a-2}{3} \times 2 \quad \text{ve} \quad 2 \times \frac{1}{b}$$

$$a-2=6$$

$$a=8$$

$$2b=1$$

$$b=\frac{1}{2}$$

$$a.b = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

*

Birim Fonksiyon:

İçerisi dışı bir fonksiyon

• $f(x)=x$, $f(x+2)=x+2$, $f(x^2)=x^2$

* Birim fonksiyon $f(x)$ şeklinde ise x'in katsayısını 1 yapıp diğer katsayıları ve sabit terimi sıfır yaparız.

Örnek: $f(x)=(a+2)x$ birim fonksiyon ise a kaçtır?

Gözüm: $f(x)$ birim fonksiyon ise x'in katsayısı 1 yapılır.

$$a+2=1 \Rightarrow a=1-2=-1, a=-1$$

Örnek: $f(x)=(a-1)x^2+(b-3)x$ birim fonksiyon ise a+b kaçtır?

Gözüm:

* $f(x)$ birim fonksiyon ise x^2 li terimin katsayısı 0 yapılır.

$$a-1=0 \text{ ise } a=1$$

* x li terimin katsayısı 1 dir.

$$b-3=1 \text{ ise } b=4$$

$$a+b=1+4=5$$

Örnek: $f(x) = (a-5)x^2 + (b+3)x + c-5$
birim fonksiyon ise $a+b+c$ kaçtır?

Gözüm: $f(x)$ birim fonksiyon ise

* x^2 li terimin katsayısı 0 dir.

* x li terimin katsayısı 1 dir.

* Sabit terim 0 olur.

$$f(x) = \underbrace{(a-5)}_0 x^2 + \underbrace{(b+3)}_1 x + \underbrace{c-5}_0$$

$$a-5=0, a=5$$

$$b+3=1, b=1-3=-2, b=-2$$

$$c-5=0, c=5$$

$$a+b+c=5-2+5=8$$

Örnek: $f(x+3) = ax+b$ birim fonksiyon ise $a+b$ kaçtır?

Gözüm: Birim fonksiyon içi dışı bir fonksiyon demektir. O halde

$$f(x+3) = \underbrace{ax+b}_{x+3} \quad ax+b = x+3$$

$$a=1, b=3$$

$$a+b=1+3=4$$

Doğrusal Fonksiyon:

$$f(x) = ax+b$$

şeklindeki fonksiyonlara denir.

Gözüm Yöntemi:

* Doğrusal fonksiyon sorularında $f(x) = ax+b$ şeklinde yazılır. Soruda verilen iki değer fonksiyonda yerine yazılarak a ve b ye ait denklemler bulunur. Buradan a ve b bulunur. $f(x) = ax+b$ denkleminde a ve b yerine yazılarak $f(x)$ denkleminde bulunur.

Örnek: $f(x)$ doğrusal fonksiyon

$$f(0)=2 \quad \text{ise } f(4) \text{ kaçtır?}$$

$$f(2)=4$$

Gözüm: $f(x)$ doğrusal fonksiyon ise

$$f(x) = ax+b \text{ şeklindedir.}$$

$$f(0) = a \cdot 0 + b = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$f(2) = a \cdot 2 + b = 4 \Rightarrow 2a + b = 4$$

$$b = 2 \text{ için } 2a + b = 4$$

$$2a + 2 = 4, \quad \downarrow \quad 2a = 2 \text{ ise } a = 1$$

$$f(x) = \underbrace{a}_{1}x + \underbrace{b}_{2} = x + 2$$

$$f(x) = x + 2$$

$$f(4) = 4 + 2 = 6$$

Örnek: $f(x) + f(x+1) = 4x+4$ ise $f(4)$ kaçtır?

Gözüm: $f(x) + f(x+1)$ 1. dereceden bir denkleme eşit ise $f(x)$ 1. dereceden olur. O halde $f(x)$ doğrusal fonksiyon gibi düşümlür.

$$f(x) = ax + b$$

$$f(x+1) = a(x+1) + b = ax + a + b$$

$$\underbrace{f(x)}_{ax+b} + \underbrace{f(x+1)}_{ax+a+b} = 4x+4$$

$$\underbrace{2ax + a + 2b}_{2ax+a+2b} = 4x+4$$

$$2a = 4 \text{ ise } a = 2$$

$$a + 2b = 4 \text{ ve } a = 2 \text{ ise } b = 1$$

$$f(x) = ax + b$$
$$\downarrow \quad \downarrow$$
$$2 \quad 1$$

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(4) = 2 \cdot 4 + 1 = 8 + 1 = 9$$

$$f(4) = 9$$

Alıştırmalar

1) $f(x) = (m-2)x^3 + (n+1)x - m \cdot n$
Sabit fonksiyon ise $f(4)$ kaçtır?

C: 2

2) $f(x) = \frac{5x-4}{2x-8}$ sabit fonksiyon
ise $f(1) + f(2) + f(3)$ kaçtır?

C: $\frac{3}{2}$

3) $f(x) = \frac{ax^2-4}{6x^2+(b-4)x-9}$ sabit
fonksiyon ise $a+b$ kaçtır?

$$C: a = \frac{8}{3} \quad b = 4$$

4) $f(x^2-4) = ax^2+b$ birim fonksiyon
ise $a+b$ kaçtır?

C: -3

5) $f(x) = ax^2+bx+c$ birim fonksiyon
ise $a+b+c$ kaçtır?

C: 1

6) $f(x) = \frac{(a-3)x}{2}$ birim fonksiyon
ise a kaçtır?

C: 5

6) f doğrusal fonksiyon,
 $f(1)=7$ ve $f(3)=19$ ise $f(2)$ kaçtır?

C: 6

7) f doğrusal fonksiyon,
 $f(-2)=4$ ve $f(3)=14$ ise $f(8)$
kaçtır?

C: 24

8) $f(x+1)+f(x+2)=4$ ise
 $f(23)$ kaçtır?

C: 4

Parantez Dışını Parantez içine
Benzeterek x Yapma:

* $f(x^2+x) = 3x^2+3x+4$ ise $f(3)$ kaçtır?

Gözüm: $f(\underbrace{x^2+x}_y) = 3(\underbrace{x^2+x}_y) + 4$

$f(y) = 3y+4 \rightarrow y$ yerine x yazalım

$f(x) = 3x+4$

$f(3) = 3 \cdot 3 + 4 = 9 + 4 = 13$

* $f(x^3+x-1) = 2x^3+2x-5$ ise $f(x)$ nedir?

Gözüm: $f(\underbrace{x^3+x-1}_y) = 2(\underbrace{x^3+x-1}_y) - 3$

$f(y) = 2y-3 \rightarrow y$ yerine x yazalım.

$f(x) = 2x-3$

* $f\left(\frac{1-x}{x+4}\right) = 3\left(\frac{x+4}{1-x}\right)$ ise $f(x)$ nedir?

Gözüm: $f\left(\frac{1-x}{x+4}\right) = 3\left(\frac{x+4}{1-x}\right)$

$f\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{3}{y} \rightarrow f(x) = \frac{3}{x}$

9) $f(x-1) + f(x+2) = 4x-4$ ise $f(x)$ nedir?

C: $2x-3$

10) $2f(x) + f(-x) = 2x+6$ ise $f(3)$ kaçtır?

C: 8

11) $2f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x-7$ ise $f(2)$ kaçtır?

C: -1

Ters Fonksiyon:

Fonksiyonun içi ile dışı yer değiştirdiğinde fonksiyonun tersi bulunur.

f^{-1} ile gösterilir.

$$* f(x)=y \rightarrow f^{-1}(y)=x$$

$$f(x)=x+1 \rightarrow f^{-1}(x+1)=x$$

$$f(2x-1)=3x+4 \rightarrow f^{-1}(3x+4)=2x-1$$

$$f(3)=4 \rightarrow f^{-1}(4)=3$$

$$f^{-1}(1)=2 \rightarrow f(2)=1$$

Not: Fonksiyonun tersinin bir daha içi ile dışını yer değiştirince fonksiyonun kendisini buluruz.

Örnek: $f(2)=3$ ve $f(1)=4$ ise $f^{-1}(3)+f^{-1}(4)$ kaçtır?

Çözüm:

$$f(2)=3 \rightarrow f^{-1}(3)=2$$

$$f(1)=4 \rightarrow f^{-1}(4)=1$$

$$f^{-1}(3)+f^{-1}(4)=3$$

Parantez içini x yapmak:

Parantez içi önce y ye eşitlenir.

Sonra x bulunup y cinsinden yazılır.

Denklemin son halinde y gördüğümüz yere x yazılır.

Örnek: $f(x+2)=x+5$ ise $f(x)$ nedir?

Çözüm: $f(\underbrace{x+2}_y)=x+5$

$$x+2=y \text{ ise } x=y-2 \text{ bulunur.}$$

$$f(\underbrace{x+2}_y)=x+5 \rightarrow f(y)=y-2+5$$

$$f(y)=y+3$$

$$f(y)=y+3 \text{ ise } \boxed{f(x)=x+3}$$

Örnek: $f(2x+1)=3x-5$ ise $f(x)$ nedir?

Çözüm: $f(\underbrace{2x+1}_y)=3x-5$

$$2x+1=y \text{ ise } 2x=y-1 \Rightarrow x=\frac{y-1}{2}$$

$$f(\underbrace{2x+1}_y)=3x-5 \rightarrow f(y)=3\left(\frac{y-1}{2}\right)-5$$

$$f(y)=\frac{3y-3}{2}-\frac{5}{1}=\frac{3y-3-10}{2}=\frac{3y-13}{2}$$

$$f(y)=\frac{3y-13}{2} \text{ ise } \boxed{f(x)=\frac{3x-13}{2}}$$

Örnek: $f(x) = x+1$ ise $f^{-1}(x)$ nedir?

Gözüm: $f(x) = x+1$ ise $f^{-1}(\underbrace{x+1}_y) = x$

$$x+1=y \text{ ise } x=y-1$$

$$f^{-1}(\underbrace{x+1}_y) = x \quad , \quad f^{-1}(\underbrace{y}_{y-1}) = y-1$$
$$\boxed{f^{-1}(x) = x-1}$$

Örnek: $f(x) = 3x-1$ ise $f^{-1}(x)$ nedir?

Gözüm: $f(x) = 3x-1$ ise $f^{-1}(\underbrace{3x-1}_y) = x$

$$3x-1=y \text{ ise } 3x=y+1, \quad x=\frac{y+1}{3}$$

$$f^{-1}(\underbrace{3x-1}_y) = x$$
$$\quad \quad \quad \downarrow \frac{y+1}{3}$$

$$f^{-1}(y) = \frac{y+1}{3}, \quad \boxed{f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}}$$

Örnek: $f(x) = x+2$ ise $f^{-1}(0)$ kaçtır?

Gözüm: $f(x) = x+2$ ise $f^{-1}(x+2) = x$

$$f^{-1}(\underbrace{x+2}_0) = x \quad \quad x+2=0 \text{ ise } x=-2$$

$$\boxed{f^{-1}(0) = -2}$$

Örnek: $f(x-1) = 2x+1$ ise $f^{-1}(7)$ kaçtır?

Gözüm: $f(x-1) = 2x+1$ ise

$$f^{-1}(\underbrace{2x+1}_7) = x-1, \quad \begin{array}{l} 2x+1=7 \\ 2x=6, \quad x=3 \end{array}$$

$$f^{-1}(7) = 3-1 = 2, \quad \boxed{f^{-1}(7) = 2}$$

Örnek: $f(x) = x+4$ ise $f(3) + f^{-1}(2)$ kaçtır?

Gözüm: $f(x) = x+4 \rightarrow f(3) = 7$

$$f^{-1}(\underbrace{x+4}_2) = x, \quad x+4=2, \quad x=-2$$

$$f^{-1}(2) = -2$$

$$f(3) + f^{-1}(2) = 7-2 = 5$$

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-dx+b}{cx-a}$$

$$* f(x) = \frac{3x+2}{x+1} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-x+2}{x-3}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+2}{x-3}$$

$$* f(x) = \frac{-2x+5}{3x-7} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7x+5}{3x+2}$$

$$* f(x) = \frac{3x}{2x+4} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x}{2x-3}$$

$$f: \mathbb{R} - \{a\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{b\}$$

fonksiyonun
paydasını 0
yapar.

fonksiyonun tersinin
paydasını 0
yapar.

Örnek: $f(x) = \frac{2x-5}{x+4}$ ise $f^{-1}(3)$ kaçtır?

Gözüm: $f^{-1}(x) = \frac{-4x-5}{x-2}$

$$f^{-1}(3) = \frac{-12-5}{3-2} = \frac{-17}{1} = -17$$

Örnek: $f: \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$f(x) = \frac{ax-2}{x+b}$ ise $a+b$ kaçtır?

Gözüm: $f: \mathbb{R} - \{2\} \longrightarrow \mathbb{R} - \{3\}$

$x=2$ fonksiyonun paydasını
0 yapar. $x=3$ fonksiyonun tersinin
paydasını 0 yapar.

$$f(x) = \frac{ax-2}{x+b} \longrightarrow f^{-1}(x) = \frac{-bx-2}{x-a}$$

$x=2$ için payda
0 olacak

$x=3$ için
payda 0 olacak

$$x+b=0, 2+b=0, b=-2$$

↓
2

$$x-a=0, 3-a=0, a=3$$

↓
3

$$a+b=3-2=1$$

Bileşke Fonksiyon

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) \quad (f \circ f^{-1})(x) = x$$

$$(f \circ g)^{-1}(x) = (g^{-1} \circ f^{-1})(x)$$

Örnek: $f(x) = x+1$ ise $(f \circ f)(x)$ nedir?

Cözüm: $(f \circ f)(x) = f(\underbrace{f(x)}_{x+1}) = f(x+1)$

$$f(x) = x+1$$

$$f(x+1) = (x+1)+1 = x+2$$

Örnek: $f(x) = x+2$, $g(x) = x-5$ ise

$(f \circ g)(x)$ nedir?

Cözüm: $(f \circ g)(x) = f(\underbrace{g(x)}_{x-5}) = f(x-5)$

$$f(x) = x+2$$

$$f(x-5) = (x-5)+2 = x-3$$

Örnek: $f(x) = 2x-1$, $g(x) = 3x+4$ ise
 $(g \circ f)(x)$ nedir?

Cözüm: $(g \circ f)(x) = g(\underbrace{f(x)}_{2x-1}) = g(2x-1)$

$$g(x) = 3x+4$$

$$g(2x-1) = 3(2x-1)+4 = 6x-3+4 = 6x+1$$

Örnek: $(f \circ g)(x) = 3x+6$, $g(x) = x+3$
ise $f(x)$ nedir?

Cözüm: $(f \circ g)(x) = f(\underbrace{g(x)}_{x+3}) = 3x+6$

$$f(\underbrace{x+3}_y) = 3x+6$$

$$x+3 = y \quad \text{ise} \quad x = y-3$$

$$f(x+3) = 3x+6 \Rightarrow f(y) = 3(y-3)+6$$

$$f(y) = 3y-9+6 = 3y-3$$

$$f(y) = 3y-3 \Rightarrow f(x) = 3x-3$$

Alıştırıcılar :

1) $f(x) = x+2$ ise $(f \circ f)(x)$ nedir?

A) $x+2$ B) $x+3$ C) $x+4$ D) $x+5$ E) $x+6$

2) $g(x) = x-3$ ise $(g \circ g)(x)$ nedir?

A) $x-6$ B) $x-5$ C) $x-4$ D) $x-3$ E) $x-2$

3) $f(x) = x+3$, $g(x) = x-1$ ise $(f \circ g)(x)$ nedir?

A) x B) $x+1$ C) $x+2$ D) $x+3$ E) $x+4$

4) $f(x) = 2x+3$, $g(x) = 3x-1$ ise $(f \circ g)(x)$ nedir?

A) $6x-2$ B) $6x+1$ C) $6x+2$ D) $6x+4$ E) $6x+8$

5) $f(x) = 2x-4$, $g(x) = 5x+1$ ise $(g \circ f)(x)$ nedir?

A) $10x-2$ B) $10x-7$ C) $10x-13$ D) $10x-19$ E) $10x-23$

6) $f(x) = -x+3$, $g(x) = 4x+1$ ise $(g \circ f)(x)$ nedir?

A) $-4x+13$ B) $-4x+9$ C) $-4x+6$ D) $-4x+4$ E) $-4x+2$

7) $f(x) = x+7$ ise $(f \circ f)(2)$ kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 14 D) 16 E) 19

8) $g(x) = 2x-1$ ise $(g \circ g)(-2)$ kaçtır?

A) -5 B) -7 C) -9 D) -11 E) -13

9) $f(x)=2x+4$, $g(x)=-x+5$ ise $(f \circ g)(4)$ kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

10) $f(x)=-2x+5$, $g(x)=x+2$ ise $(g \circ f)(1)$ kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11) $g(x)=x+2$ ise $(g \circ g \circ g)(2)$ kaçtır?
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

12) $f(x)=x-1$ ise $(f \circ f \circ f)(-1)$ kaçtır?
A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

13) $f(x)=x+3$, $g(x)=x+5$ ise $(f \circ g \circ f)(2)$ kaçtır?

A) 5 B) 10 C) 12 D) 13 E) 14

14) $(f \circ g)(x)=2x+3$, $g(x)=x+1$ ise $f(x)$ nedir?

A) $2x+1$ B) $2x+3$ C) $2x+5$ D) $2x+7$ E) $2x+9$

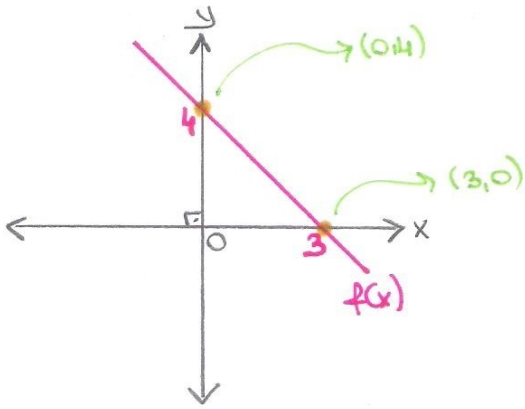
15) $(g \circ f)(x)=4x-1$, $f(x)=x-2$ ise $g(x)$ nedir?

A) $4x-1$ B) $4x+1$ C) $4x+3$ D) $4x+5$ E) $4x+7$

16) $(f \circ g)(x)=x-2$ ve $g(x)=x-5$ ise $f(x)$ nedir?

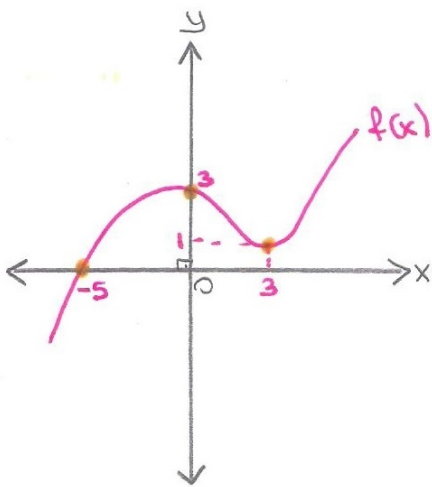
A) $x-3$ B) $x+3$ C) $x+6$ D) $x+7$ E) $x+9$

Fonksiyonların Grafikleri :

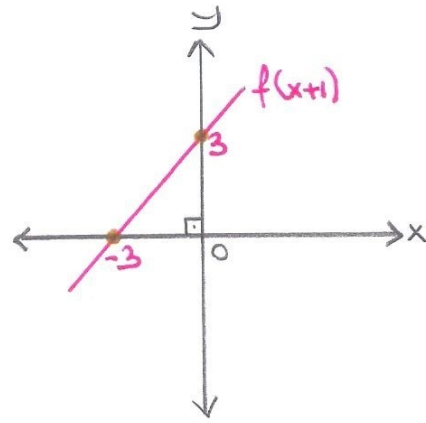


x ekseninde $y=0$ olur.
y ekseninde $x=0$ olur.

$x=0$ için $y=4$ demek $f(0)=4$
 $x=3$ için $y=0$ demek $f(3)=0$

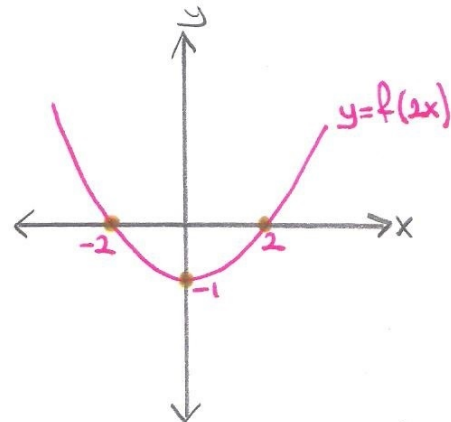


$x=-5$ için $y=0$ demek $f(-5)=0$
 $x=0$ için $y=3 \Rightarrow f(0)=3$
 $x=3$ için $y=1 \Rightarrow f(3)=1$



$x=0$ için $y=3$ $f(x+1)=3$
 $\downarrow$
 $f(1)=3$

$x=-3$ için $y=0$ $f(x+1)=0$
 $\downarrow$
 $f(-2)=0$



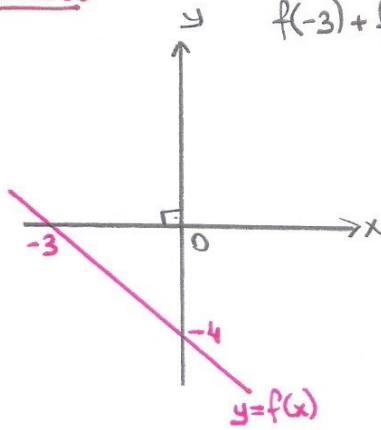
$x=-2$ için $y=0 \Rightarrow f(2x)=0$
 $\downarrow$
 $f(-4)=0$

$x=0$ için $y=-1 \Rightarrow f(2x)=-1$
 $\downarrow$
 $f(0)=-1$

$x=2$ için $y=0 \Rightarrow f(2x)=0$
 $\downarrow$
 $f(4)=0$

Örnek:

$f(-3) + f^{-1}(0)$ kaçtır?



Çözüm:

$$x = -3 \text{ için } y = 0 \Rightarrow f(-3) = 0$$

$$f(-3) = 0 \text{ ise } f^{-1}(0) = -3$$

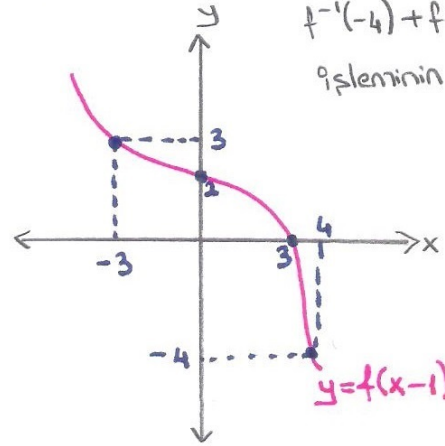
$$f(-3) + f^{-1}(0) = 0 - 3 = -3$$

Örnek:

$$\frac{f(-1) + f^{-1}(0)}{f^{-1}(-4) + f(3)}$$

$$f^{-1}(-4) + f(3)$$

işleminin sonucu kaçtır?



Çözüm:

$$x = -3 \text{ için } y = 3, f(x-1) = 3 \Rightarrow f(-4) = 3$$

$$x = 0 \text{ için } y = 2, f(x-1) = 2 \Rightarrow f(-1) = 2$$

$$x = 3 \text{ için } y = 0, f(x-1) = 0 \Rightarrow f(2) = 0$$

$$x = 4 \text{ için } y = -4, f(x-1) = -4 \Rightarrow f(3) = -4$$

$$f(-4) = 3 \Rightarrow f^{-1}(3) = -4$$

$$f(-1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(2) = -1$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow f^{-1}(0) = 2$$

$$f(3) = -4 \Rightarrow f^{-1}(-4) = 3$$

$$\frac{f(-1) + f^{-1}(0)}{f^{-1}(-4) + f(3)} = \frac{2 + 2}{3 - 4} = \frac{4}{-1} = -4$$



Örnek

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = x + 2$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.



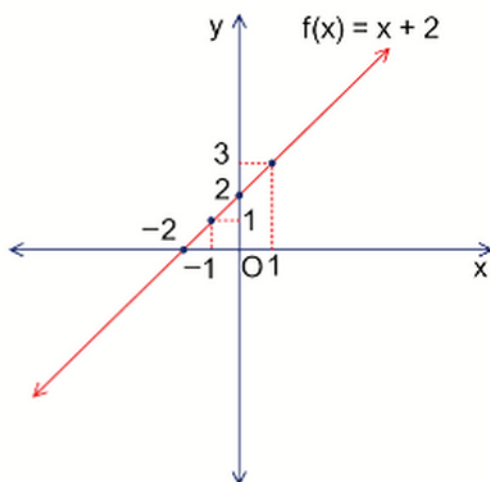
Çözüm

1. yol

$y = f(x)$ fonksiyonunun geçtiği herhangi üç noktayı belirlemek için x yerine tanım kümesinden, farklı üç eleman seçilerek y değerleri bulunur.

x	-1	0	1
$y = f(x)$	1	2	3

Buradan $(-1, 1)$, $(0, 2)$ ve $(1, 3)$ noktaları elde edilir. Fonksiyon doğrusal olduğundan fonksiyonu sağlayan diğer noktalar da bu doğru üzerindedir. Bulunan noktalar dik koordinat sisteminde işaretlenerek bu noktalardan geçen doğru çizilir. Çizilen bu doğru f fonksiyonunun grafiğidir.

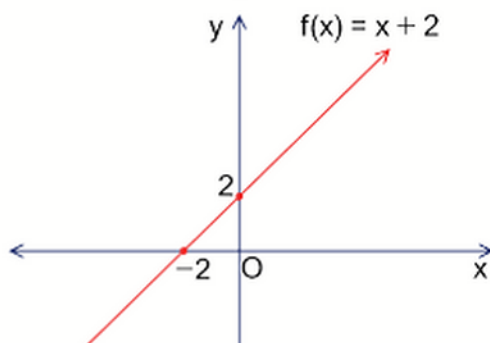


2. yol

$y = x + 2$ denkleminde x yerine 0 yazılarak fonksiyonun grafiğinin y eksenini kestiği nokta bulunur. Daha sonra y yerine 0 yazılarak fonksiyonun grafiğinin x eksenini kestiği nokta bulunur. Bulunan bu iki noktadan geçen doğru çizilir. Çizilen bu doğru f fonksiyonunun grafiğidir.

$x = 0$ için $y = 2$ olur. Grafik y eksenini $(0, 2)$ noktasında keser.

$y = 0$ için $x = -2$ olur. Grafik x eksenini $(-2, 0)$ noktasında keser.



Örnek

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = 3x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

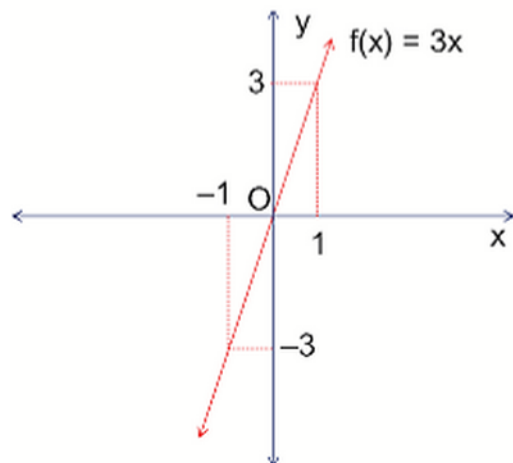


Çözüm

$y = f(x)$ fonksiyonunda x yerine $-1, 0, 1$ değerleri yazılarak y değerleri bulunur.

x	-1	0	1
$y = f(x)$	-3	0	3

Buradan $(-1, -3)$, $(0, 0)$ ve $(1, 3)$ noktaları elde edilir. Bulunan noktalar dik koordinat sisteminde işaretlenerek bu noktalardan geçen doğru çizilir. Çizilen bu doğru f fonksiyonunun grafiğidir.



$f(x) = ax$ biçimindeki doğrusal fonksiyon grafiklerinin orijinden geçtiğine dikkat ediniz.

PARÇALI FONKSİYONLAR

Parçalı Fonksiyonlar

Tanım kümesinin alt aralıklarında farklı birer kurala tanımlanan fonksiyonlara parçalı fonksiyonlar adı verilir.

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases} \text{ fonksiyonu parçalı fonksiyondur.}$$

Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x > 1 \\ -x^2, & -1 < x \leq 1 \\ 0, & x \leq -1 \end{cases} \text{ fonksiyonu parçalı fonksiyondur.}$$

Örnek:

f ve g fonksiyonları $\mathbb{R}$ den $\mathbb{R}$ ye tanımlıdır.

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x \geq 2 \\ 1 - x, & x < 2 \end{cases} \text{ ve } g(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0 \\ x + 1, & x < 0 \end{cases} \text{ olduğuna}$$

göre, $f(5) + g(-5) + (f + g)(1)$ değerini bulalım.

Çözüm:

$5 \geq 2$ olduğuna göre, $f(5) = 4 \cdot 5 = 20$ dir.

$-5 < 0$ olduğuna göre, $g(-5) = -5 + 1 = -4$ tür.

$$(f + g)(1) = f(1) + g(1) = (1 - 1) + 1^2 = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(5) + g(-5) + (f + g)(1) = 20 - 4 + 1 = 17$ dir.

ÖRNEK

$$f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq 0 \text{ ise} \\ 2x - 4, & x < 0 \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun grafiğini çizelim.

ÇÖZÜM

$f(x)$ fonksiyonun kritik noktası 0 dir.

$$x \geq 0;$$

$$y = x + 1,$$

$$x = 0 \text{ için } y = 1, \quad (0, 1)$$

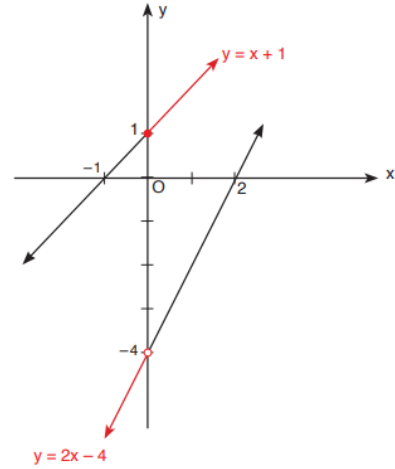
$$y = 0 \text{ için } x = -1, \quad (-1, 0)$$

$$x < 0;$$

$$y = 2x - 4,$$

$$x = 0 \text{ için } y = -4, \quad (0, -4)$$

$$y = 0 \text{ için } x = 2 \quad (2, 0) \text{ bulunur.}$$





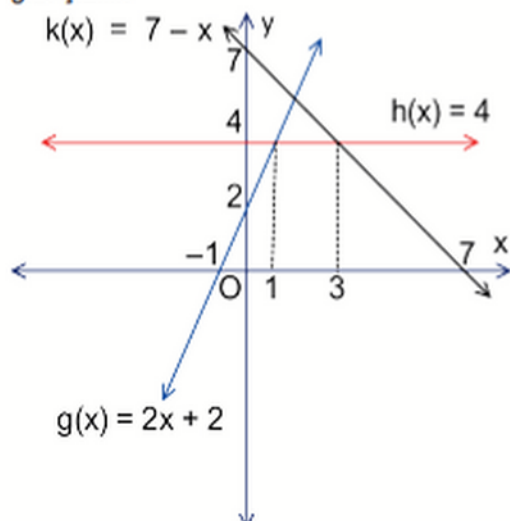
Örnek

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = \begin{cases} 2x+2, & x < 1 \text{ ise} \\ 4, & 1 \leq x \leq 3 \text{ ise} \\ 7-x, & 3 < x \text{ ise} \end{cases}$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

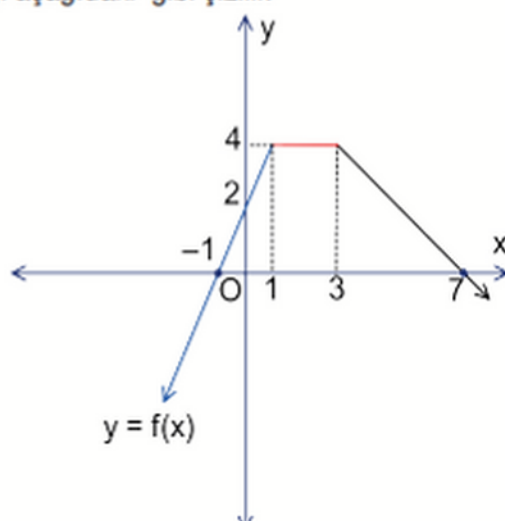


Çözüm

Önce f fonksiyonu $g(x) = 2x + 2$, $h(x) = 4$ ve $k(x) = 7 - x$ olmak üzere üç ayrı fonksiyona ayrılarak bu fonksiyonların grafikleri aşağıdaki gibi çizilir.



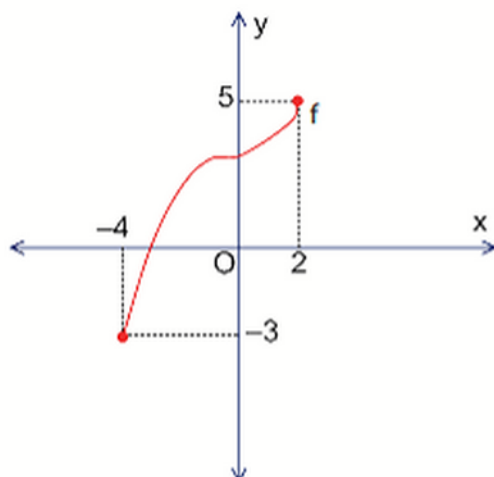
g fonksiyonunun $(-\infty, 1)$ aralığındaki parçası, h fonksiyonunun $[1, 3]$ aralığındaki parçası ve k fonksiyonunun $(3, \infty)$ aralığındaki parçası alınarak f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibi çizilir.



10.2.1.3. Grafiği Verilen Fonksiyonlar ile İlgili Problemler



Örnek



Yanda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini bularak bu fonksiyonun alabileceği **en büyük** ve **en küçük** değerleri bulunuz.



Çözüm

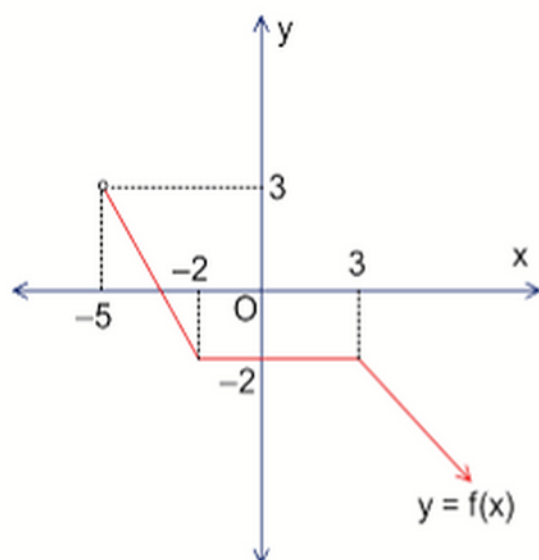
Grafiği verilen bir fonksiyonun tanım kümesi, bu fonksiyonun grafiği üzerindeki noktaların birinci bileşenlerinin (apsis) oluşturduğu kümedir. Buradan fonksiyonun tanım kümesi $[-4, 2]$ dir.

Grafiği verilen bir fonksiyonun görüntü kümesi, bu fonksiyonun grafiği üzerindeki noktaların ikinci bileşenlerinin (ordinat) oluşturduğu kümedir. Buradan fonksiyonun görüntü kümesi $[-3, 5]$ dir.

Ayrıca bu grafikte fonksiyonun alabileceği en büyük değer, görüntü kümesinin en büyük elemanı olan 5 ; en küçük değer ise görüntü kümesinin en küçük elemanı olan -3 tür.



Örnek



Yanda grafiği verilen f fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini bulunuz.

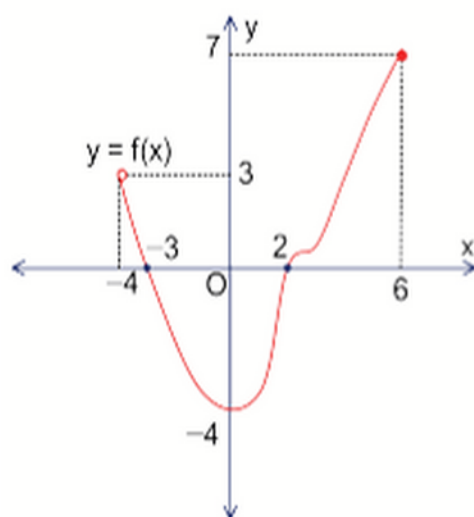


Çözüm

$y = f(x)$ fonksiyonunun tanım kümesi bu fonksiyonun grafiğinin geçtiği noktaların apsislerinden, görüntü kümesi bu fonksiyonun grafiğinin geçtiği noktaların ordinatlarından oluşur. Buradan fonksiyonun tanım kümesi $(-5, \infty)$, görüntü kümesi $(-\infty, 3)$ dır.



Örnek



Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun tanım ve görüntü kümelerini bulup bu fonksiyonun **en büyük** ve **en küçük** değerlerini bulunuz.

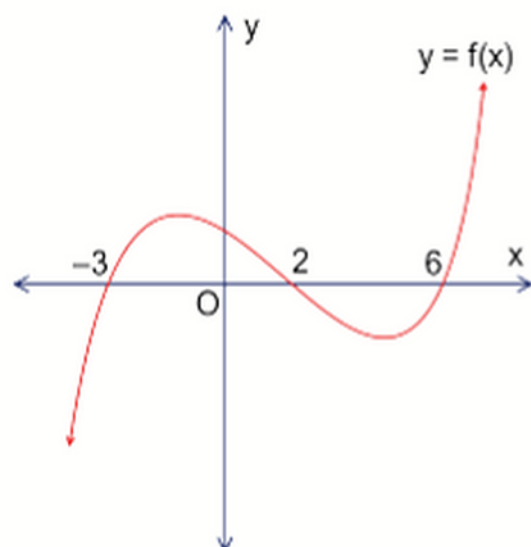


Çözüm

Fonksiyonun tanım kümesi $(-4, 6]$ ve görüntü kümesi $[-4, 7]$ olur. Fonksiyonun en büyük değeri 7, en küçük değeri -4 olur.



Örnek



Yanda grafiği verilen gerçək sayılar kümesinde tanımlı $y = f(x)$ fonksiyonunda $f(x) = 0$ denklemini sağlayan x değerlerini (f nin sıfırlarını) bulunuz.

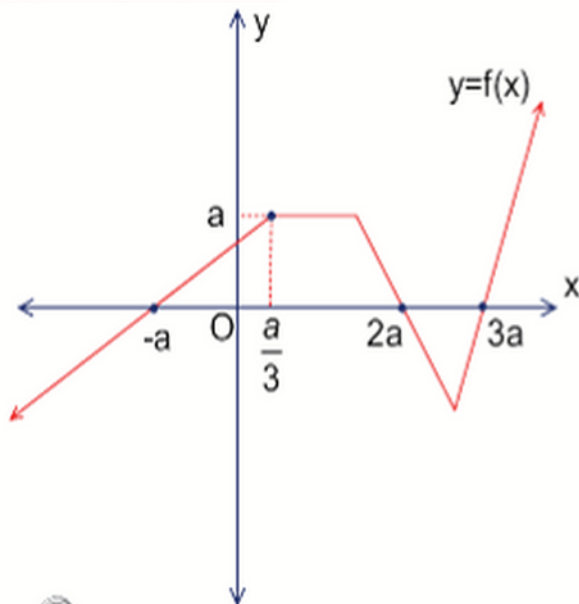


Çözüm

Dik koordinat düzleminde grafiğin x eksenini kestiği noktalar $(-3, 0)$, $(2, 0)$, $(6, 0)$ dır. Buradan fonksiyonun sıfırlarının bu noktaların apsisi olan $-3, 2, 6$ olduğu görülür.



Örnek



Yanda grafiği verilen gerçək sayılar kümesinde tanımlı f fonksiyonunun sıfırlarının toplamı $3a + 12$ ise a değerini bulunuz.



Çözüm

Dik koordinat düzleminde grafiğin x eksenini kestiği noktalar, $f(x) = 0$ denklemini sağlayan x değerleridir. Bu değerler toplamı $-a + 2a + 3a = 4a$ olur. $4a = 3a + 12 \Rightarrow a = 12$ olur.

Fonksiyonlarda 4 işlem:

$$\checkmark (f+g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$\checkmark (f-g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$\checkmark (f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\checkmark \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \quad g(x) \neq 0$$

$$k \in \mathbb{R} \bullet (k \cdot f)(x) = k \cdot f(x)$$

$$\bullet (k+f)(x) = k + f(x)$$

$$* f: \{(1,2)\} \rightarrow f(1)=2 \text{ demektir.}$$

$$f+2: \{(1,2+2)\} = \{(1,4)\}$$

Not: Sabit sayı eklerken sadece y değerleri değişir.

$$* f: \{(1,-2), (2,4)\} \text{ ise}$$

$$f-1: \{(1,-3), (2,3)\}$$

↓ azaldı ↓ azaldı

$$2f: \{(1,-4), (2,8)\}$$

↘ 2 katına çıktı ↗

$$* g: \{(-2,3), (0,4), (2,-1)\}$$

$$g+3: \{(-2,6), (0,7), (2,2)\}$$

1 1 1
3 arttı

Not: f ve g ile işlem yaparken sadece her ikisinde de ortak olan x değerleri için işlem yapılır.

$$* f: \{(1,3)\}, g: \{(1,-2)\}$$

$$f+g: \{(1,3-2)\}$$

Her ikisinde ortak olan x değeri yazılır. y değerleri arasında işlem yapıldı.

$$* f: \{(0,2)\}, g: \{(-2,1)\}$$

$f-g$: bulunamaz. Aynı x değerine sahip değiller.

$$* f: \{(-1,2), (2,3)\}, g: \{(0,5), (2,-1)\}$$

$f+g$: Her ikisindeki x değerlerine baktığımızda yalnızca $x=2$ için işlem yapabiliriz.

$$f(2)=3, g(2)=-1$$

$$f+g: \{(2,3-1)\} = \{(2,2)\}$$

Örnek:

$$f: \{(0,1), (1,3), (2,5), (3,7), (4,2)\}$$

$$g: \{(-1,1), (0,4), (2,-2), (4,5)\}$$

$$f(0)=1$$

$$f(1)=3$$

$$f(2)=5$$

$$f(3)=7$$

$$f(4)=2$$

$$g(-1)=1$$

$$g(0)=4$$

$$g(2)=-2$$

$$g(4)=5$$

* Sadece f ile ilgili işlem yapılacaksa 5 değer için de işlem yapılır.

* Sadece g ile ilgili işlem yapılacaksa 4 değer için de işlem yapılır.

* f ve g ile ilgili işlem yapılacaksa f ve g de ortak olan x değerleri için işlem yapılır. Bu soruda $x=0,2,4$ değerleri için işlem yapılır.

$$f+2: \{(0,3), (1,5), (2,7), (3,9), (4,4)\}$$

$$g-3: \{(-1,-2), (0,1), (2,-5), (4,2)\}$$

$$2f: \{(0,2), (1,6), (2,10), (3,14), (4,4)\}$$

$$3g-1: \{(-1,2), (0,11), (2,-7), (4,14)\}$$

$$f+g: x=0,2,4 \text{ için}$$

$$f+g \text{ demek } f(0)+g(0)=1+4=5$$

$$f(2)+g(2)=5-2=3$$

$$f(4)+g(4)=2+5=7$$

$$f+g: \{(0,5), (2,3), (4,7)\}$$

$$2f-3g: x=0,2,4 \text{ için,}$$

$$f(0)=1 \rightarrow 2f(0)=2$$

$$f(2)=5 \rightarrow 2f(2)=10$$

$$f(4)=2 \rightarrow 2f(4)=4$$

$$g(0)=4 \rightarrow 3g(0)=12$$

$$g(2)=-2 \rightarrow 3g(2)=-6$$

$$g(4)=5 \rightarrow 3g(4)=15$$

$$2f(0)-3g(0)=2-12=-10$$

$$2f(2)-3g(2)=10-(-6)=16$$

$$2f(4)-3g(4)=4-15=-11$$

$$2f-3g: \{(0,-10), (2,16), (4,-11)\}$$