

SAYMA-PERMÜTASYON

• **Toplama yoluyla sayma:** Aynı iki işlemden biri x yolla, diğeri y yolla yapılıyorsa biri veya diğeri $x+y$ yolla yapılabilir.

- 1) 7 kırmızı bilye ve 6 mavi bilye arasından 1 kırmızı bilye veya 1 mavi bilye kaç farklı şekilde seçilebilir?

$$7+6=13$$

• **Çarpma yoluyla sayma:** Bir olaylar dizisinde bir olay a değişik şekilde, bunu takip eden ikinci olay b değişik şekilde oluyorsa bu olaylardan biri ve diğeri $a \cdot b$ değişik şekilde gerçekleşir.

- 2) 5 farklı gömlek, 7 farklı kravatt arasından bir gömlek ve bir kravat farklı biçimde seçilebilir?

$$5 \cdot 7 = 35$$

- 3) 15 kişilik bir sınıftan bir başkan ve bir başkan yardımcısı kaç farklı şekilde seçilir?

$$15 \cdot 14 = 210$$

- 4) 5 kişilik bir grubun üyelerinden bir başkan, bir başkan yardımcısı ve bir sekreter kaç farklı şekilde seçilebilir?

$$5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

- 5) A kentinden B kentine 7 farklı yol, B kentinden C kentine 3 farklı yol vardır. Buna göre A dan C ye gitmek isteyen biri

- a) A dan C ye kaç farklı şekilde gidebilir?

$$7 \cdot 3 = 21$$

- b) A dan C ye kaç farklı şekilde gidip dönebilir?

$$7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 21 = 441$$

- c) A dan C ye gittiği yoldan dönmek üzere kaç farklı şekilde gidip dönebilir?

$$21 \cdot 20 = 420$$

- d) Kullanılan bir yol bir daha kullanılmamak şartıyla kaç farklı şekilde gidip dönebilir?

$$7 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 6 = 21 \cdot 12 = 252$$

- 6) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak üç basamaklı

- a) kaç tane sayı yazılabilir?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 5 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 125$$

- b) Rakamları farklı kaç tane sayı yazılır?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 60$$

- c) Rakamları farklı kaç tek sayı yazılır?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 36$$

$\{1, 3, 5\}$

- d) Rakamları farklı kaç çift sayı yazılır?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 24$$

$\{2, 4\}$

- e) 300 den büyük rakamları farklı kaç sayı yazılabilir?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 36$$

$\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}$

- 7) $\{5, 6, 7, 8, 9\}$ rakamlarını kullanarak rakamları birbirinden farklı olan üç basamaklı ve 780 den küçük olan kaç değişik sayı yazılabilir?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & 4 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 24 \text{ tane}$$

$\begin{array}{c} 5 \\ 6 \end{array}$

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow 6 \text{ tane}$$

$\begin{array}{c} 7 \\ 5 \\ 6 \end{array}$

$$24+6=30 \text{ tane dir.}$$

8) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ kümesinin elemanlarıyla en az iki basamağındaki rakamı aynı olan üç basamaklı kaç sayı yazılabilir?

Tüm durum - Rakamların farklı olduğu durum

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 4 \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$= 64 - 24 = 40$$

9) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları kullanılarak rakamları farklı üç basamaklı

a) Kaç farklı sayı yazılır?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 5 & 4 \\ \hline \end{array} = 100$$

b) Kaç farklı çift sayı yazılır?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$\{0\}$ $\{2, 4\}$

$$= 20 \text{ tane} \quad = 32 \text{ tane}$$

$$20 + 32 = 52$$

c) 5 ile tam bölünen kaç farklı sayı yazılabilir?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 5 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$\{0\}$ $\{5\}$

$$= 20 \text{ tane} \quad = 16 \text{ tane}$$

$$20 + 16 = 36 \text{ tane}$$

10) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin elemanları ile 200 den büyük rakamları farklı üç basamaklı kaç tek sayı yazılabilir?

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline & & \\ \hline \end{array}$$

2 3
3 5
5 5

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 1 \\ \hline \end{array} = 16 \text{ tane} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 2 \\ \hline \end{array} = 24 \text{ tane}$$

$\{1\}$ $\{3, 5\}$

$$16 + 24 = 40$$

11) Her biri 5 seçenekli 30 soru için kaç farklı cevap anahtarı hazırlanabilir?

$$\underbrace{5 \cdot 5 \cdot 5 \dots 5}_{30 \text{ soru}} = 5^{30}$$

12) 10 soruluk bir testte her sorunun 5 seçeneği vardır. Aynı seçeneğin doğru yanıt olduğu ardışık iki soru bulunmadığına göre bu testin cevap anahtarı kaç farklı biçimde hazırlanabilir?

$$5 \cdot \underbrace{4 \cdot 4 \cdot 4 \dots 4}_{9 \text{ tane}} = 5 \cdot 4^9$$

13) 4 farklı mektup, 5 posta kutusuna kaç farklı biçimde atılır?

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$$

• **PERMÜTASYON (Sıralama - Dizilme) : -FEN LİSESİ**

A sonlu bir küme olmak üzere A dan A ya tanımlanan bire bir ve örten her fonksiyona A nın bir **permütasyonu** denir.

😊 n elemanlı bir kümenin r elemanlı permütasyonlarının sayısı : $P(n, r)$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\text{ya da } P(n, r) = \underbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots}_{r \text{ kez yazılır}}$$

$$P(5, 2) = 5 \cdot 4 = 20$$

$$P(4, 3) = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$$

$$P(5, 4) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$$

$$P(n, 2) = n \cdot (n-1)$$

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!} \quad \text{ya da } \frac{n \cdot (n-1) \cdot \dots}{r!}$$

Kombinasyon → Seçim

Permütasyon → Seçilmiş elemanların sıralanışı, dizilmesidir.

14) 15. $P(n, 2) = P(n, 3)$ olduğuna göre n kaçtır?

$$15. \cancel{n} \cdot (n-1) = \cancel{n} \cdot (n-1) \cdot (n-2)$$

$$15 = n-2 \Rightarrow n = 17$$

15) $A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin 3 lü permütasyonlarının kaç tanesinde a bulunur?

$$\underline{a} \quad \text{---} \quad \binom{4}{2} \cdot 3! = 6 \cdot 6 = 36$$

16) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin 4 lü permütasyonlarının kaç tanesinde

a) 4 bulunur?

$$\underline{4} \quad \text{---} \quad \binom{5}{3} \cdot 4! = 10 \cdot 24 = 240$$

b) 4 bulunmaz?

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \binom{5}{4} \cdot 4! = 5 \cdot 24 = 120$$

c) 1 ve 4 bulunur?

$$\underline{1} \quad \underline{4} \quad \text{---} \quad \binom{4}{2} \cdot 4! = 6 \cdot 24 = 144$$

d) 1 bulunur, 4 bulunmaz?

$$\underline{1} \quad \text{---} \quad \binom{4}{3} \cdot 4! = 4 \cdot 24 = 96$$

e) 1 veya 4 bulunur?

$$s(1 \cup 4) = s(1) + s(4) - s(1 \cap 4)$$

$$= \left[\binom{5}{3} + \binom{5}{3} - \binom{4}{2} \right] \cdot 4!$$

$$= (10 + 10 - 6) \cdot 24$$

$$= 14 \cdot 24$$

$$= 336$$

n farklı eleman yatay bir sıra boyunca $n!$ değişik şekilde sıralanabilir.

17) 3 öğretmen ve 2 öğrenci yatay bir sıra boyunca kaç farklı şekilde oturabilir?

$$(3+2)! = 5! = 120$$

18) Birbirinden farklı 4 matematik, 3 kimya ve 5 geometri kitabı bir rafla

a) Matematik kitapları birarada olmak koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanır?

$$\binom{4M}{1} \quad 3K \quad 5G$$

$$3! \cdot 4!$$

b) Geometri kitapları birarada olmak koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanır?

$$4M \quad 3K \quad \binom{5G}{1}$$

$$8! \cdot 5!$$

c) Aynı tür kitaplar yanyana olmak koşuluyla kaç farklı şekilde sıralanır?

$$\binom{4M}{1} \quad \binom{3K}{1} \quad \binom{5G}{1}$$

$$3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 5!$$

3) 4 epli çift eşler yanyana olmak koşuluyla düz bir sıraya kaç farklı şekilde sıralanırlar?

$$\binom{E_1 K_1}{1} \quad \binom{E_2 K_2}{1} \quad \binom{E_3 K_3}{1} \quad \binom{E_4 K_4}{1}$$

$$4! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!$$

$$= 24 \cdot 16$$

$$= 384$$

KOMBİNASYON

n elemanlı bir kümenin r elemanlı alt kümelerinin her birine r li bir kombinasyon denir.

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)! \cdot r!}$$

$$\text{ya da } \binom{n}{r} = \frac{\overbrace{n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \dots}^{r \text{ kez}}}{r!}$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{120}{12} = 10$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5 \cdot 4}{2!} = \frac{20}{2} = 10$$

$$\boxed{\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}}$$

$$\boxed{\binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1}$$

$$\boxed{\binom{n}{1} = \binom{n}{n-1} = n}$$

$$\boxed{\binom{n}{r} = \binom{n}{k} \text{ ise } r=k \text{ ya da } n=r+k \text{ dir.}}$$

1) $C(n, 2) + C(n, 3) = 4 \cdot C(n, 1)$ olduğuna göre n kaçtır?

$$\frac{n \cdot (n-1)}{2} + \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{6} = 4 \cdot n$$

$$\frac{n-1}{2} + \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{6} = 4$$

$$\frac{3n-3}{6} + \frac{n^2-3n+2}{6} = 4$$

$$\frac{n^2-1}{6} = 4 \Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

2) $C(0, 0) + C(6, 3) = 3 \cdot C(m, m-1)$ olduğuna göre m nedir?

$$1 + \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!} = 3 \cdot m$$

$$21 = 3m \Rightarrow m = 7$$

3) $\binom{n}{5} = \binom{n}{4}$ olduğuna göre $\binom{n}{3}$ nedir?

$$\binom{n}{5} = \binom{n}{4} \Rightarrow n = 9$$

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} = 84$$

4) $\binom{12}{5} = \binom{12}{n-4}$ ise n nin alacağı değerler toplamı nedir?

$$n-4 = 5 \text{ ya da } 5 + (n-4) = 12$$

$$n = 9 \text{ ya da } n+1 = 12$$

$$n = 11$$

$$9 + 11 = 20$$

😊 n elemanlı bir kümenin tüm alt kümeleri sayısı

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n \text{ dir.}$$

5) 5 elemanlı bir kümenin en az 3 elemanlı alt kümeleri sayısı kaçtır?

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 10 + 5 + 1 = 16$$

6) 6 elemanlı bir kümenin en fazla 3 elemanlı alt kümeleri sayısı kaçtır?

$$\binom{6}{3} + \binom{6}{2} + \binom{6}{1} + \binom{6}{0}$$

$$= 20 + 15 + 6 + 1$$

$$= 42$$

7) 9 elemanlı bir kümenin en az 2 elemanlı alt küme sayısı nedir?

$$\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \dots + \binom{9}{9} = A$$

$$\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \underbrace{\binom{9}{2} + \binom{9}{3} + \dots + \binom{9}{9}}_A = 2^9$$

$$1 + 9 + A = 512$$

$$10 + A = 512$$

$$\Rightarrow A = 502$$

$$\binom{n}{r} + \binom{n}{r+1} = \binom{n+1}{r+1}$$

$$\binom{15}{4} + \binom{15}{5} = \binom{16}{5}$$

$$8) \frac{\binom{17}{6} + \binom{17}{7} + \binom{18}{8} + \binom{19}{9}}{\binom{20}{11}} \text{ işleminin sonucu}$$

nedir?

$$\binom{17}{6} + \binom{17}{7} = \binom{18}{7}$$

$$\binom{18}{7} + \binom{18}{8} = \binom{19}{8}$$

$$\binom{19}{8} + \binom{19}{9} = \binom{20}{9} \Rightarrow \frac{\binom{20}{9}}{\binom{20}{11}} = 1$$

9) $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde d eleman olarak bulunur?

$$\frac{d}{2} = \binom{5}{2} = 10$$

10) $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin 3 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde 2 tek, 1 çift sayı bulunur?

4 tek sayı ve 4 çift sayı vardır.

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{4}{1} = 6 \cdot 4 = 24$$

11) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ kümesinin 4 elemanlı alt kümelerinin kaç tanesinde en az

2 tek sayı bulunur?

4 tek 3 çift

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{3}{2} + \binom{4}{3} \cdot \binom{3}{1} + \binom{4}{4} \cdot \binom{3}{0}$$

$$= 31$$

12) 6 erkek, 4 kadın arasından 3 erkek, 2 kadın olmak üzere 5 kişi kaç değişik şekilde seçilebilir?

$$\binom{6}{3} \cdot \binom{4}{2} = 20 \cdot 6 = 120$$

13) 8 kişi arasından seçilecek 3 kişi yuvarlak masa etrafına kaç farklı biçimde otururlar?

$$\binom{8}{3} \cdot (3-1)! = 56 \cdot 2 = 112$$

14) M, N, P, Q, R gibi beş değişik seçmeli dersten m ve N dersleri aynı saatte verilmektedir.

Bu beş dersten ikisini seçmek isteyen bir öğrencinin bu durumda kaç seçeneği vardır?

$$\binom{2}{1} \cdot \binom{3}{1} + \binom{2}{0} \cdot \binom{3}{2}$$

$$= 6 + 3$$

$$= 9$$

15) 10 sporcudan beş kişilik bir takım oluşturulacaktır. Bu sporculardan takıma girecek iki kişi belli olduğuna göre takım kaç değişik biçimde oluşturulur?

$$\frac{x}{y} = \frac{\binom{8}{3}}{3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3!} = 56$$

16) 11 kişilik bir kafilerden 5 kişi İzmir'e, 6 kişi Ankara'ya gidecektir.

Bu iki grup kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

$$= \binom{11}{5} \cdot \binom{6}{6}$$

$$= 462$$

- 17) 10 öğrenci arasından 4 kişilik bir ekip, bu ekip içinden de bir başkan seçilecektir. Bir başkan ve üç üyeden oluşan bu ekip kaç değişik biçimde oluşturulabilir?

$$\binom{10}{4} \cdot \binom{4}{1} = 210 \cdot 4 = 840$$

- 18) Yüksek öğretim için A ve B ülkelerine gönderilmek üzere 5 öğrenci seçilmiştir. Her iki ülkeye en az birer öğrenci gideceğine göre bu 5 öğrenci kaç farklı grupta ile gönderilebilir?

A	B
1	4
2	3
3	2
4	1

$$\binom{5}{1} \cdot \binom{4}{4} + \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} + \binom{5}{3} \cdot \binom{2}{2} + \binom{5}{4} \cdot \binom{1}{1}$$

$$= 5 + 10 + 10 + 5$$

$$= 30$$

- 19) Bir öğrenci girdiği 10 soruluk bir sınavda ilk 4 sorudan en az ikisini cevaplamak şartıyla 7 soruyu kaç farklı şekilde seçebilir?

$$\binom{4}{2} \cdot \binom{6}{5} + \binom{4}{3} \cdot \binom{6}{4} + \binom{4}{4} \cdot \binom{6}{3}$$

$$= 6 \cdot 6 + 4 \cdot 15 + 1 \cdot 20 = 36 + 60 + 20 = 116$$

- 20) Aralarında Kaan ile Zeynep'in bulunduğu 7 kişi biri 4, diğeri 3 kişi olan iki gruba ayrılacaktır. Kaan ile Zeynep aynı grupta olmak koşuluyla kaç farklı grup oluşturulur?

$$\underline{K} \underline{Z} \text{ --- } / \text{ --- } \quad \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} = 10$$

$$\text{---} \text{---} \text{---} / \underline{K} \underline{Z} \text{ ---} \quad \binom{5}{4} \cdot \binom{1}{1} = 5$$

$$10 + 5 = 15$$

- 21) Aralarında Sara ve Melek'in bulunduğu 10 kişiden

- a) Sara veya Melek'ten sadece birinin bulunduğu 4 kişilik grup kaç farklı şekilde oluşturulur?

Sadece Sara'nın bulunduğu \underline{S} ---

$$\binom{8}{3} = 56$$

Sadece Melek'in bulunduğu \underline{M} ---

$$\binom{8}{3} = 56$$

$$56 + 56 = 112$$

- b) Sara ve Melek'in birlikte bulunduğu 4 kişilik kaç farklı grup oluşturulur?

$\underline{S} \underline{M}$ ---

geriye kalan 8 kişiden 2 kişinin seçilmesi lazım...

$$\binom{8}{2} = \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

- c) Sara veya Melek'in bulunduğu 4 kişilik kaç farklı grup oluşturulur?

$$s(\text{sum}) = s(\text{sara}) + s(\text{melek}) - s(\text{sara ve melek})$$

$$= \binom{9}{3} + \binom{9}{3} - \binom{8}{2}$$

$$= 84 + 84 - 28 = 168 - 28 = 140$$

- 22) Birbirinden farklı 5 pozitif, 4 negatif sayı arasından çarpımları negatif olacak şekilde 4 sayı kaç farklı şekilde seçilebilir?


---+ ✓
--++
-+++ ✓
++++

$$\binom{4}{3} \cdot \binom{5}{1} + \binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3} = 20 + 40 = 60$$

23) Düzlemdeki 12 farklı doğru en çok kaç farklı noktada kesişir?

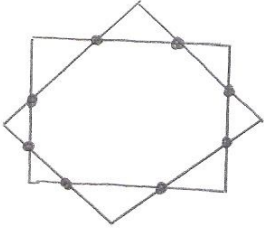
$$\binom{12}{2} = \frac{12 \cdot 11}{2} = 66$$

24) Aynı düzlemde alınan 4 farklı çember en fazla kaç noktada kesişir?



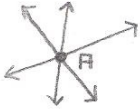
$$\binom{4}{2} \cdot 2 = 12$$

25) Herhangi iki kenarı çakışık olmayan 7 dörtgenin en fazla kaç kesim noktası vardır?



$$\binom{7}{2} \cdot 8 = 21 \cdot 8 = 168$$

26) Üçü bir A noktasından geçen 8 farklı doğru en fazla kaç noktada kesişir?



$$\binom{8}{2} - \binom{3}{2} + 1 = 28 - 3 + 1 = 26$$

27) 4 ü bir A noktasından, 5 i farklı bir B noktasından geçen 12 farklı doğru en fazla kaç noktada kesişir?

$$\binom{12}{2} - \binom{4}{2} + 1 - \binom{5}{2} + 1 = 66 - 6 + 1 - 10 + 1 = 61 - 9 = 52$$

28) Üç tanesi bir A noktasından geçen, başka 4 tanesi birbirine paralel olan düzlemdeki 10 doğrunun en çok kaç kesim noktası vardır?

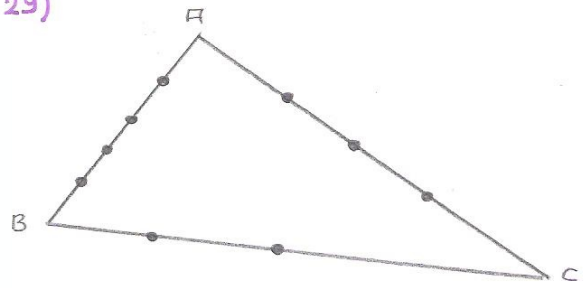
$$= \binom{10}{2} - \binom{3}{2} + 1 - \binom{4}{2}$$

$$= 45 - 3 + 1 - 6$$

$$= 43 - 6$$

$$= 37$$

29)



Köşeleri bu 9 noktadan üçü olan kaç üçgen oluşturulabilir?

$$\binom{9}{3} - \binom{4}{3} - \binom{3}{3} = 79$$

30)



Yukarıdaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ olduğuna göre köşeleri bu 8 noktadan herhangi üçü olan kaç tane üçgen çizilebilir?

$$\binom{8}{3} - \binom{3}{3} - \binom{5}{3} = 56 - 1 - 10 = 45$$

31)



Köşeleri bu 8 nokta olan,

a) kaç tane üçgen çizilebilir?

$$\binom{8}{3} = 56$$

b) kaç tane dörtgen çizilebilir?

$$\binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

c) kaç tane çokgen çizilebilir?

$$\binom{8}{3} + \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{8}{6} + \binom{8}{7} + \binom{8}{8}$$

$$= 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1$$

$$= 126 + 93$$

$$= 219$$

32)



Yukarıdaki şekilde $d_1 \parallel d_2$ olduğuna göre 10 nokta kullanılarak

a) Kaç tane üçgen çizilir?

$$\binom{10}{3} - \binom{6}{3} - \binom{4}{3} = 120 - 20 - 4 = 96$$

$$\text{ya da } \binom{6}{1} \cdot \binom{4}{2} + \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1}$$

$$= 36 + 60$$

$$= 96$$

b) Kaç tane dörtgen çizilir?

$$\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} = 15 \cdot 6 = 90$$

c) Bir köşesi A olan kaç tane üçgen çizilir?

$$\binom{5}{0} \cdot \binom{4}{2} + \binom{5}{1} \cdot \binom{4}{1}$$

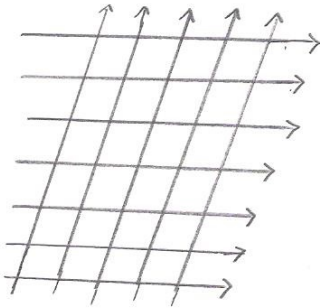
$$= 6 + 20$$

$$= 26$$

d) Bir köşesi A olan kaç tane dörtgen çizilir?

$$\binom{5}{1} \cdot \binom{4}{2} = 5 \cdot 6 = 30$$

33)



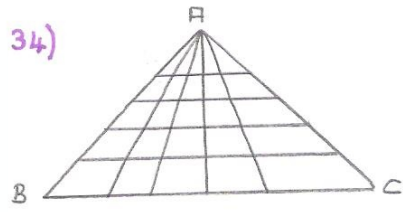
Yanda birbirine paralel 7 doğru ile 5 doğru verilmiştir. Şekilde kaç tane paralel kenar vardır?

;) Paralelkenar olması için yatay 2 doğru, dikey 2 doğru seçilmelidir.

$$\binom{7}{2} \cdot \binom{5}{2} = 21 \cdot 10$$

$$= 210$$

34)

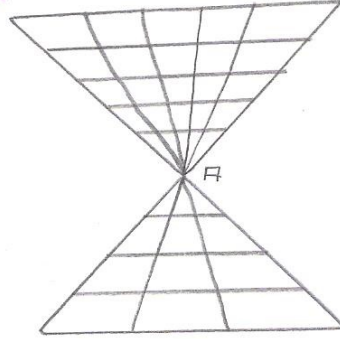


Yukarıda verilen şekilde kaç tane üçgen vardır?

Tepe noktası A kabul edilirse

$$\binom{6}{2} \cdot 5 = 15 \cdot 5 = 75$$

35)

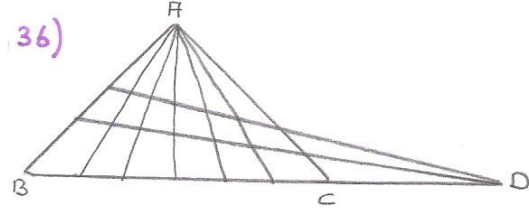


Yanda verilen şekilde kaç tane üçgen vardır?

$$\binom{6}{2} \cdot 5 + \binom{4}{2} \cdot 4$$

$$= 15 \cdot 5 + 6 \cdot 4 = 75 + 24 = 99$$

36)



Yukarıda verilen şekilde kaç tane üçgen vardır?

• Tepe noktası A olan

$$\binom{7}{2} \cdot 3 = 21 \cdot 3 = 63$$

• Tepe noktası D olan

$$\binom{3}{2} \cdot 7 = 3 \cdot 7 = 21$$

$$\text{Toplam} = 63 + 21$$

$$= 84$$

ÇORUM ŞATO AL

OLASILIK

• **Örnek uzay:** Bir deneyde elde edilebilecek tüm sonuçların kümesine denir ve E ile gösterilir.

İki madeni para atıldığında:

$$\{(Y,T), (T,Y), (Y,Y), (T,T)\}$$

😊 n tane para atıldığında örnek uzay: 2^n

n tane zar atıldığında örnek uzay: 6^n

2 tane zar havaya atıldığında $6^2 = 36$ tane durum olur.

Ayrık olaylar ve olasılık fonksiyonu:

$A \in E, B \in E$ ve $A \cap B = \emptyset$ ise A ve B olaylarına ayrık olaylar denir.

$$P(A) + P(A') = 1$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

↓ ↓
imkansız kesin
olay olay

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

😊 A ve B ayrık olaylar ise $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ dir.

$P(A)$ = Bir olayın olma olasılığı

$s(A)$ = İstenilen durum

$s(E)$ = Tüm durum

olmak koşuluyla

$$P(A) = \frac{s(A)}{s(E)}$$

1) $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{1}{2}$ ve $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ olduğuna göre $P(A \cup B)$ nedir?

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{3}{8} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

(4) (2)

2) Bir deney için a, b, c gibi üç ayrık sonuç mümkündür. Sonucun a ya da b olma olasılığı $\frac{2}{3}$, b ya da c olma olasılığı $\frac{5}{6}$ olduğuna göre a, b, c sonuçlarına ait olasılıklar sırası ile nedir?

$$P(a) + P(b) = \frac{2}{3}$$

$$P(b) + P(c) = \frac{5}{6}$$

$$\underbrace{P(a) + P(b) + P(c)}_{\frac{2}{3}} = 1 \Rightarrow P(c) = \frac{1}{3}$$

$$\underbrace{P(a) + P(b) + P(c)}_{\frac{5}{6}} = 1 \Rightarrow P(a) = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6} + P(b) + \frac{1}{3} = 1 \Rightarrow P(b) = 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{6}{6} - \frac{1}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right\}$$

3) Üç kişilik bir yarışmada A 'nin yarısı kazanma olasılığı B 'nin 2 katı, B 'nin yarısı kazanma olasılığı C 'nin 3 katıdır. Buna göre A 'nin yarısı kazanma olasılığı nedir?

$$P(B) = 3 \cdot P(C) \quad \text{ve} \quad P(A) = 2 \cdot P(B)$$

↓ ↓ ↓ ↓
3p p 6p 3p

$$P(A) + P(B) + P(C) = 1$$

$$10p = 1 \Rightarrow p = \frac{1}{10} \quad P(A) = 6p = \frac{6}{10}$$

4) Bir zar atıldığında üst yüze gelen sayının

a) Asal sayı olma olasılığı nedir?

$$\{2, 3, 5\} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

b) En az 2 pelme olasılığı nedir?

$$\{2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow \frac{5}{6}$$

c) Çift sayı olma olasılığı nedir?

$$\{2, 4, 6\} \Rightarrow \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

5) İki zarın birlikte atılması deneyinde

a) Üst yüze gelen sayıların toplamının 6 olma olasılığı nedir?

$$\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \quad \frac{5}{36}$$

b) Üst yüze gelen sayıların aynı olma olasılığı nedir?

$$\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

c) Üst yüze gelen sayıların ikisinin de tek sayı olma olasılığı nedir?

$$(1,1), (1,3), (1,5)$$

$$(3,1), (3,3), (3,5) \Rightarrow \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$(5,1), (5,3), (5,5)$$

d) Üst yüze gelen sayıların çarpımının 6 olma olasılığı nedir?

$$(1,6), (2,3), (3,2), (6,1) \Rightarrow \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

6) Bir torbada 3 beyaz, 5 siyah top vardır. Torbadan rastgele 4 top çekiliyor.

Çekilen 4 topun ikisinin siyah, birinin beyaz olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{10 \cdot 3}{56} = \frac{30}{56} = \frac{15}{28}$$

7) Bir torbada 4 kırmızı, 6 beyaz top vardır. Torbadan rastgele iki bilye çekiliyor. Çekilen bilyelerin

a) Birinin kırmızı, birinin beyaz olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{10}{2}} = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$$

b) Çekilen bilyelerin ikisinin de kırmızı olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$$

c) Çekilen bilyelerin aynı renkte olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{2} + \binom{6}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6+15}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

8) 5 kız, 4 erkekten oluşan bir öğrenci topluluğundan rastgele 3 öğrenci seçiliyor. En az ikisinin kız olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{5}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{9}{3}} = \frac{40+10}{84} = \frac{50}{84} = \frac{25}{42}$$

9) 4 matematik öğretmeni ve 3 geometri öğretmeni arasından 3 kişilik bir kurul oluşturulacaktır.

Kurula en az bir geometri öğretmeni olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{4}{2} + \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{1} + \binom{3}{3} \cdot \binom{4}{0}}{\binom{7}{3}} = \frac{18+12+1}{35} = \frac{31}{35}$$

10) Bir odada altı evli çift vardır. Bu odadan rastgele iki kişi seçildiğinde bu iki kişinin karı koca olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{6}{1}}{\binom{12}{2}} = \frac{6}{66} = \frac{1}{11}$$

- 11) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp bir kutuya konuluyor. Kutudan bir kart çekiliyor, bu kartta yazılı 4 elemanlı bir küme olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{5}{4}}{2^5} = \frac{5}{32}$$

- 12) Birbirinden farklı 5 matematik, 4 kimya ve 2 geometri kitabı bir rafa yanyana diziliyor. Matematik kitaplarının yanyana olma olasılığı nedir?

$$\frac{5! \cdot 4! \cdot 2!}{11!}$$

$$= \frac{1}{66}$$

- 13) Şekildeki 6 nokta ile çizi-
lebilen çokgenlerden rastgele
seçilen birinin beşgen
olma olasılığı nedir?



$$\frac{\binom{6}{5}}{\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}} = \frac{6}{20+15+6+1} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

- 14) $A = \{-2, -1, 0, 1\}$
 $B = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ kümeleri veriliyor.
 $A \times B$ kartezyen çarpımından alınan bir
elemanın (a, a) biçiminde olma olasılığı
nedir?
 $s(A \times B) = s(A) \cdot s(B) = 24$
 $(-1, -1), (0, 0), (1, 1)$ } 3 tane dir.

$$\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

- 15) Düzgün bir para 3 defa atıldığında en
az bir tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{3+3+1}{8} = \frac{7}{8}$$

- 16) Bir madeni para ard arda 6 defa
atıldığında atışlardan 4 ünün yazı,
2 sinin tura gelme olasılığı nedir?

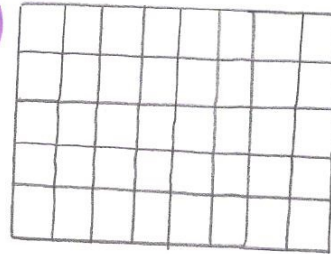
$$\frac{\binom{6}{4}}{2^6} = \frac{15}{64}$$

- 17) 5 pozitif, 3 negatif sayıdan rastgele
seçilen 3 sayının çarpımının negatif
olma olasılığı nedir?

$$\begin{array}{l} - - - \checkmark \\ - - + \\ - + + \checkmark \\ + + + \end{array}$$

$$\frac{\binom{5}{0} \cdot \binom{3}{3} + \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{1+30}{56} = \frac{31}{56}$$

- 18) Yandaki şekil
eş karelerden
oluşturmuştur.



Buna göre seçilen herhangi bir dikdört-
genin kare olma olasılığı nedir?

$$\text{Dikdörtgen sayısı} = \binom{9}{2} \cdot \binom{6}{2} = 36 \cdot 15 = 540$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{kenarı 1 br} \Rightarrow 8 \cdot 5 = 40 \\ \text{kenarı 2 br} \Rightarrow 7 \cdot 4 = 28 \\ \text{kenarı 3 br} \Rightarrow 6 \cdot 3 = 18 \\ \text{kenarı 4 br} \Rightarrow 5 \cdot 2 = 10 \\ \text{kenarı 5 br} \Rightarrow 4 \cdot 1 = 4 \end{array} \right\} \text{Toplam 100 kare vardır.}$$

$$\frac{100}{540} = \frac{5}{27}$$

- 19) Düzgün bir para 3 defa atıldığında, en çok bir tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{0} + \binom{3}{3}}{2^3} = \frac{1 + 1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

- 20) Bir madeni para ard arda 5 defa atıldığında otislardan 3 ünün yazı, 2 sinin tura gelme olasılığı nedir?

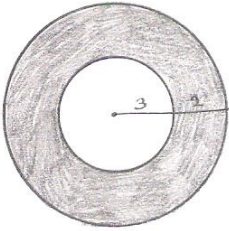
$$\frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

- 21) $(2x-y)^{10}$ açılımındaki terimlerin katsayılarından biri rastgele seçiliyor. Seçilen katsayının negatif olma olasılığı nedir?

+ , - , + , - , + , - , + , - , + , - , +

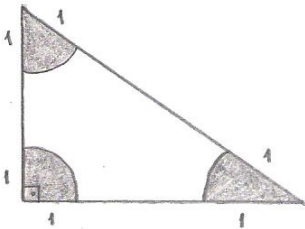
$$\frac{5}{11}$$

- 22) Yarıçapı 5 cm olan bir dairenin içinden seçilen bir noktanın merkeze olan uzaklığının en az 3 cm olma olasılığı nedir?



$$\frac{25\pi - 9\pi}{25\pi} = \frac{16\pi}{25\pi} = \frac{16}{25}$$

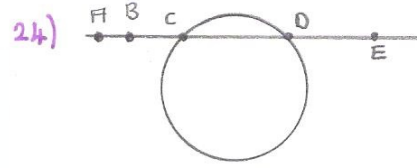
- 23) Dik kenarları 4 cm ve 8 cm olan bir dik üçgen içersinden rastgele seçilen bir noktanın köşelere olan uzaklığının 1 cm den küçük olma olasılığı nedir?



$$\text{Tam alan} : \frac{4 \cdot 8}{2} = 16$$

$$\text{Tatalı alan} = \text{Yarım daire} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\pi}{2}}{16} = \frac{\pi}{32}$$



Yukarıda verilen noktalardan seçilecek olan herhangi iki noktadan yalnız birinin çembere ait olma olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1}}{\binom{5}{2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

- 25) 4 euli çift arasından rastgele 3 kişi seçilecektir. Seçilen 3 kişinin içinde herhangi bir euli çiftin olması olasılığı nedir?

$$\frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{6}{1}}{\binom{8}{3}} = \frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

• Koşullu olasılık : (11.Sınıf Konusu)

A olayının olasılığı, B olayının gerçekleşmiş olmasına bağlı ise buna koşullu olasılık denir.

A olayının B koşullu olasılığı $P(A|B)$ şeklinde ifade edilirse

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- 26) Bir çift zarın atılması deneyinde zarlardaki sayılar toplamının 6 olduğu bilindiğine göre sayıların ikisinde çift sayı olma olasılığı nedir?

$$\{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$$

$$= \frac{2}{5}$$

27) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ kümesinin alt kümeleri birer karta yazılıp, bir kutuya konuluyor. Bu kutudan rastgele bir kart çekiliyor. Çekilen karttaki kümenin 4 elemanlı bir küme olduğu bilindiğine göre bu kümede 2'nin bulunma olasılığı nedir?

$$\uparrow \text{üm durum} : \binom{6}{4} = 15$$

$$\uparrow \text{istenilen durum} : \underline{2} \text{ --- } \left\{ \binom{5}{3} \right\} = 10$$

$$\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

• Bağımlı ve bağımsız olaylar:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \quad (11. Sınıf Konusu)$$

28) Bir zar ile bir madeni para birlikte havaya atılıyor. Zarın üst yüzünde tek sayı ve paranın üst yüzünde yazı gelme olasılığı nedir?

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ = \frac{3}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

29) Bir çift zar ile iki madeni para atıldığında zarın üst yüzüne gelen sayıların toplamının 8 ve paraların ikisinde tura gelme olasılığı nedir?

$$\{(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)\} \quad \frac{5}{36}$$

$$\{(y, T), (T, y), (y, y), (T, T)\} \quad \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \\ = \frac{5}{36} \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{144}$$

30) Bir zar ve bir madeni para birlikte atılıyor. Zarın 4 veya 4'ten küçük, paranın tura gelme olasılığı nedir?

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

31) Bir torbada aynı büyüklükte 4 kırmızı, 5 beyaz, 7 yeşil kalem vardır. Rastgele alınan bir kalemin kırmızı veya beyaz olma olasılığı nedir?

$$P(K \cup B) = P(K) + P(B) - \underbrace{P(K \cap B)}_0$$

$$= \frac{4}{16} + \frac{5}{16} = \frac{9}{16}$$

32) Bir yarışmayı Kaan'ın kazanma olasılığı $\frac{3}{4}$, Zeynep'in kazanma olasılığı $\frac{2}{3}$ dir. Bu iki olay birbirinden bağımsız olduğuna göre bu yarışmayı Kaan'ın ya da Zeynep'in kazanma olasılığı nedir?

$$P(K \cup Z) = P(K) + P(Z) - \underbrace{P(K \cap Z)}_{P(K) \cdot P(Z)}$$

$$= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{9}{12} + \frac{8}{12} - \frac{6}{12} = \frac{11}{12}$$

33) Bir zar ile bir madeni para birlikte havaya atılıyor.

Zarın üstünde 2'den büyük sayı veya paranın yazı gelme olasılığı nedir?

$$P(2 \text{ den büyük} \cup \text{yazı}) = P(2 \text{ den büyük}) + P(\text{yazı}) - P(2 \text{ den büyük ve yazı})$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{1}{2} - \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{2}$$

$$= \frac{4}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

ÇORUM ŞATO AL

34) Bir torbada 2 tane mavimsi, 5 tane yeşil mendil vardır. Bu torbadan geri atılmamak koşuluyla iki kez birer mendil çekiliyor. Bu iki çekilişin birincisinden mavimsi, ikincisinden yeşil mendil çekme olasılığı nedir?

$$m_2 \rightarrow \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{6} = \frac{10}{42} = \frac{5}{21}$$

35) A torbasında 3 beyaz, 4 kırmızı

B torbasında 5 beyaz, 2 kırmızı top vardır. Aynı anda her iki torbadan birer top alınıyor ve öteki torbaya atılıyor.

Bu işlemin sonucunda torbalardaki kırmızı ve beyaz top sayılarının başlangıçtakine aynı olma olasılığı nedir?

$$BB + KK \rightarrow \frac{3}{7} \cdot \frac{5}{7} + \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{7}$$

$$\rightarrow \frac{15}{49} + \frac{8}{49} = \frac{23}{49}$$

36) Bir torbaya eşit sayıda kırmızı ve beyaz bilyeler konuluyor. Bu torbadan geri konulmamak üzere ard arda çekilen iki bilyenin ikincisinde kırmızı olma olasılığı $\frac{8}{33}$ tür.

İlk durumda torbada kaç bilye vardır?

$$\text{Kırmızı} \rightarrow x$$

$$\text{Beyaz} \rightarrow x$$

$$KK \rightarrow \frac{x}{2x} \cdot \frac{x-1}{2x-1} = \frac{8}{33}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{x-1}{2x-1} = \frac{8}{33}$$

$$\Rightarrow 33x - 33 = 32x - 16$$

$$x = 17$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kırmızı} \rightarrow 17 \\ \text{Beyaz} \rightarrow 17 \end{array} \right\} \text{toplam } 34 \text{ tanedir.}$$

$$\text{Beyaz} \rightarrow 17$$

37) İçinde top bulunan iki torbadan birincisinde 4 beyaz 6 siyah ve ikincisinde 2 beyaz, 5 siyah top vardır. Birinci torbadan bir top çekilip rengine bakılmadan ikinci torbaya atılıyor.

Bundan sonra ikinci torbadan rastgele bir top çekildiğinde bunun beyaz olma olasılığı nedir?

$$BB + SB \rightarrow \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{2}{8}$$

$$\rightarrow \frac{12}{80} + \frac{12}{80} = \frac{24}{80} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

38) İçerisinde 5 siyah, 4 beyaz ve 3 sarı bilye bulunan bir torbadan ard arda ve çekilen bilye geri ifade edilmek koşulu ile yapılan üç çekilişte

a) Üçüncüde sarı olma olasılığı nedir?

$$SSS \rightarrow \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{64}$$

b) Birincinin siyah, ikincinin beyaz ve üçüncünün sarı olma olasılığı nedir?

$$SBS \rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} = \frac{5}{144}$$

c) Birinin siyah, birinin beyaz, birinin sarı olma olasılığı nedir?

$$SBS \rightarrow \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{12} \cdot \frac{3}{12} \cdot 3!$$

↓
sıra belirtmediğinden 3 bilye kendi aralarında yer değiştirebilir.

$$= \frac{5}{144} \cdot 6 = \frac{5}{24}$$

BİNOM AÇILIMI ÖZETİ

$$(a+b)^n = \binom{n}{0} \cdot a^n + \binom{n}{1} \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + \binom{n}{2} \cdot a^{n-2} \cdot b^2 + \dots + \binom{n}{r} \cdot a^{n-r} \cdot b^r + \dots + \binom{n}{n} \cdot b^n$$

açılımına binom açılımı adını veriyoruz.

$$(x+y)^3 = \binom{3}{0} \cdot x^3 + \binom{3}{1} \cdot x^2 \cdot y^1 + \binom{3}{2} \cdot x \cdot y^2 + \binom{3}{3} \cdot y^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x-y)^4 = \binom{4}{0} \cdot x^4 - \binom{4}{1} \cdot x^3 \cdot y^1 + \binom{4}{2} \cdot x^2 \cdot y^2 - \binom{4}{3} \cdot x \cdot y^3 + \binom{4}{4} \cdot y^4$$

1) $P(x) = (x+2)^4 + 3 \cdot (x+1)^3$ polinomunda x li terimin katsayısı nedir?

$$\binom{4}{0} \cdot x^4 + \binom{4}{1} \cdot x^3 \cdot 2^1 + \binom{4}{2} \cdot x^2 \cdot 2^2 + \binom{4}{3} \cdot x^1 \cdot 2^3 + \binom{4}{4} \cdot 2^4$$

$$3 \cdot (x+1)^3 = 3 \cdot \left(\binom{3}{0} \cdot x^3 + \binom{3}{1} \cdot x^2 \cdot 1 + \binom{3}{2} \cdot x^1 \cdot 1^2 + \binom{3}{3} \cdot 1^3 \right)$$

$$32x + 9x = \underbrace{41x}_{41}$$

😊 $(a \pm b)^n$ açılımında

- $(n+1)$ tane terim var.
- Her terimde üsler toplamı n 'e eşittir.
- $a=b=1$ yazılarak katsayılar toplamı bulunur.
- $a=b=0$ yazılarak sabit terim bulunur.

• Bastan $(r+1)$. terim

$$\binom{n}{r} \cdot a^{n-r} \cdot b^r$$

- Sondaki terim yada ortadaki terim sorulduğunda bu terimin bastan kaçınıcı terim olduğu bulunur ve hemen yukarıdaki formül kullanılır.

2) $(x-3y)^5$ açılımında bastan 4. terimin katsayısı nedir?

$$\binom{5}{3} \cdot x^2 \cdot (-3y)^3 = 10 \cdot x^2 \cdot -27y^3 = -270x^2y^3$$

3) $(x - \frac{2}{x})^6$ açılımında bastan 3. terimin katsayısı nedir?

$$\binom{6}{2} \cdot x^4 \cdot \left(-\frac{2}{x}\right)^2 = 15 \cdot x^4 \cdot \frac{4}{x^2} = 60x^2$$

4) $(x^2 + \frac{1}{x})^7$ açılımında sondan 6. terimin katsayısı nedir?

— — — — —
↓
— — — — —
bastan 3. terim

$$\binom{7}{2} \cdot (x^2)^5 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 21 \cdot x^{10} \cdot \frac{1}{x^2} = 21x^8$$

5) $(x^2 + y^3)^7$ açılımında $x^8 \cdot y^9$ lu terimin katsayısı nedir?

$$\binom{7}{r} \cdot (x^2)^{7-r} \cdot (y^3)^r = A \cdot x^8 \cdot y^9$$

$$\Rightarrow r=3$$

$$\binom{7}{3} \cdot (x^2)^4 \cdot (y^3)^3 = \underbrace{35x^8 \cdot y^9}_{A=35}$$

6) $(x+2y)^8 = x^8 + \dots + 16 \cdot a \cdot x^3 \cdot y^5 + \dots$ eşitliğinde a nedir?

$$\binom{8}{r} \cdot x^{8-r} \cdot (2y)^r = 16 \cdot a \cdot x^3 \cdot y^5$$

$$\Rightarrow r=5$$

$$\binom{8}{5} \cdot x^3 \cdot (2y)^5 = 16 \cdot a \cdot x^3 \cdot y^5$$

$$56 \cdot x^3 \cdot 32y^5 = 16 \cdot a \cdot x^3 \cdot y^5$$

$$112 = a$$

7) $(\frac{2}{x} - x^2)^7$ nin açılımında x^8 li terimin katsayısı nedir?

$$\binom{7}{r} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^{7-r} \cdot (-x^2)^r = A \cdot x^8$$

$$\frac{x^{2r}}{x^{7-r}} = x^{3r-7} \Rightarrow \begin{cases} 3r-7=8 \\ 3r=15 \\ r=5 \end{cases}$$

$$\binom{7}{5} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^2 \cdot (-x^2)^5 = 21 \cdot \frac{4}{x^2} \cdot -x^{10} = -84 \cdot x^8$$

8) $(x^2 - \frac{1}{x})^7$ nin açılımında x^5 li terimin katsayısı nedir?

$$\binom{7}{r} \cdot (x^2)^{7-r} \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^r = A \cdot x^5$$

$$\frac{x^{14-2r}}{x^r} = x^{14-3r} \Rightarrow \begin{cases} 14-3r=5 \\ 9=3r \\ r=3 \end{cases}$$

$$\binom{7}{3} \cdot (x^2)^4 \cdot \left(-\frac{1}{x}\right)^3 = 35 \cdot x^8 \cdot -\frac{1}{x^3} = -35x^5$$

9) $(x^3 + \frac{1}{x})^7$ nin açılımında x^5 li terimin katsayısı nedir?

$$\binom{7}{r} \cdot (x^3)^{7-r} \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^r = A \cdot x^5$$

$$\frac{x^{21-3r}}{x^r} = x^{21-4r}$$

$$21-4r=5$$

$$16=4r$$

$$\Rightarrow r=4$$

$$\binom{7}{4} \cdot (x^3)^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^4$$

$$= 35 \cdot x^9 \cdot \frac{1}{x^4} = 35x^5$$

10) $(x-3y+4)^7$ açılımında katsayılar toplamı nedir?

$$x=y=1 \text{ için } (1-3+4)^7 = 2^7 = 128$$

11) $(2x-y+2)^5$ açılımında sabit terim nedir?

$$x=y=0 \text{ için } (0-0+2)^5 = 2^5 = 32$$

12) $(x + \frac{1}{x^2})^6$ ifadesinin açılımındaki sabit terim nedir?

$$\binom{6}{r} \cdot x^{6-r} \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^r = A \cdot x^0$$

$$\frac{x^{6-r}}{x^{2r}} = x^{6-3r}$$

$$6-3r=0 \Rightarrow r=2$$

$$\binom{6}{2} \cdot (x)^4 \cdot \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 15 \cdot x^4 \cdot \frac{1}{x^4} = 15$$

13) $(x^2 + \frac{2}{x^2})^6$ açılımındaki sabit terim nedir?

$$\binom{6}{r} \cdot (x^2)^{6-r} \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^r = A \cdot x^0$$

$$\frac{x^{12-2r}}{x^{2r}} = x^{12-4r} \Rightarrow \begin{cases} 12-4r=0 \\ r=3 \end{cases}$$

$$\binom{6}{3} \cdot (x^2)^3 \cdot \left(\frac{2}{x^2}\right)^3 = 20 \cdot x^6 \cdot \frac{8}{x^6} = 160$$

14) $(\sqrt[3]{6} + 3)^9$ açılımında kaç tane terim rasyoneldir?

$$\binom{9}{r} \cdot (\sqrt[3]{6})^{9-r} \cdot 3^r$$



$$\binom{9}{r} \cdot 6^{\frac{9-r}{3}} \cdot 3^r$$

$$r=0,3,6,9$$

• 4 tane terimi rasyoneldir.

Derleyen: Ali SANCİ

ÇORUM ŞATO AL